BO'LAKLI O'ZGARMAS ARGUMENTLI IKKINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING DAVRIY YECHIMLARI MAVJUDLIK SHARTLARI

Faxriddinov Fitrat Baxrom o'g'li
Jizzax davlat pedagogika universiteti magistranti

Annotatsiya: *Oliy o'quv yurtlarida matematika kursida o'quvchilar differensial tenglamalarni o'rganadilar. Ko'p yillik ish tajribalarimiz shuni ko'rsatadiki, Ko'p yillik tajribalar shuni ko'rsatadiki talabalar differensial tenglamalarni yechishda biroz qiyinchliklarga duch kelishadi. Bu maqola shuni yoritib beradiki bazi bir yechilishi murakkab bo'lgan tenglamalarni davriy yechimlari mavjudligini toppish usullarini yoritib beradi.*

Kalit so'zlar: *Tenglama, funksiya, aniqlanish soha, teng kuchlilik, tenglamaning ildizi, tranzitivlik, yechim, soddalashtirish, xossalar, almashtirish, cheksiz, oraliq, hosila, grafik, ishora va hkz.*

Ma'lumki, bugungi kunda barcha soha va yo'nalishlarda malakali kadrlar tayyorlash va raqamli iqtisodiyotga o'tishda matematik bilimlarga tayanilmoqda. Bu esa maktab, litsey va oliy o'quv yurtlarida matematika darslarni yaxshi o'zlashtirishga bog'liqdir. Buning uchun yurtimizda ko'plab yangi islohatlar amalga oshirilmoqda , jumladan, Prezidentimiz SH.M.Mirziyoyevning 2020 yil 7 maydagi "Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirish chora tadbirlari to'g'risida" nomli PQ-4708 qarori [1] da – Ta'limning barcha bosqichlarida matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish bo'yicha dolzarb vazifalar belgilab berilgan.

Davriy va deyarli davriy yechimlarning mavjudligi muammosi fizika fanidagi ahamiyati uchun oddiy yoki funksional differensial tenglamalarning sifat nazariyasidagi eng jozibador mavzulardan biri bo'lib kelgan. Ushbu

$$(x(t)+px(t-1))^{(n)} = q([t])+f(t) \qquad (1.1)$$

ko'rinishdagi n-tartibli bo'lakli-uzluksiz o'zgarmas argumentli differensial tenglamalarni deyarli davriy yechimlar mavjudligini o'rgandilar. Bu erda $[t]$ eng katta butun funksiya, p va q va nolga teng bo'lmagan doimiylar, $f(t)$ deyarli davriydir.

Shuningdek, ba'zi ikkinchi tartibli differensial tenglamalarning davriy yechimlari mavjud bo'lishi uchun etarli shartlar bo'yicha [1.1] keltirilgan.

Qaralayotgan tenglamaning $n=2$ bo'lgandagi yechimi tushunchasini keltiramiz.

Ta'rif 1.1. Agar $x(t)$ funksiya ushbu 3 ta shartlarni qanoatlantirsa unga (1.1) tenglamaning yechimi deyiladi.

1) $x(t)$ funksiya $\mathbb{R}$ da uzluksiz;

2) $(x(t)+px(t-1))^{(n)}$ funksiya $t=n,\ n\in Z$ nuqtalardan boshqa barcha $t\in\mathbb{R}$ larda uzliksiz hosilaga ega va $t=n,\ n\in\mathbb{Z}$ da bir tomonli hosilaga ega;
3) $x(t)$ funksiya har bir $(n,n+1)$, $n\in Z$ intervalda (1.1) tenglamani qanoatlantiradi.

Faraz qilaylik (1.1) tenglamada f funksiya n-davrli uzluksiz funksiya

bo'lsin. Ushbu bo'limda dastlab $n = 2$ bo'lgan holda (1.1) tenglamani ikki davrli yechimini o'rganamiz.

Faraz qilaylik, $x(t)$ funksiya 2-davrli uzluksiz funksiya bo'lsin, ya'ni

$$x(t) = x(t + 2).$$

Dastlab (1.1) da t ni $t + 1$ bilan almashtirib, (1.2) ni quyidagicha ifodalaymiz

$$x''(t + 1) + px''(t) = qx([t + 1]) + f(t + 1)$$

$x(t)$ funksiya 2-davrli uzluksiz funksiya bo'lganligi uchun,

$x''(t + 1) = x''(t - 1)$.

U holda (1.3) quyidagicha bo'ladi

$$x''(t - 1) = -px''(t) + qx([t + 1]) + f(t + 1) \qquad (1.3)$$

Endi (1.2) ni (1.1) tenglamaga qo'yib, $p^2 \neq 1$ bo'lganda ushbu tenglamani

$$x''(t) = \frac{q}{1-p^2}(x([t]) - px([t + 1])) + \frac{1}{1-p^2}(f(t) - pf(t + 1)) \qquad (1.4)$$

hosil qilamiz.

(1.4) ni ikkala tomonini $[0, t]$, $t < 2$ oraliqda integrallaymiz

$$x'(t) = \square'(0) + \frac{q}{1-p^2}\int_0^t (x([s]) - px([s + 1]))ds + \frac{1}{1-p^2}\int_0^t (f([s]) - pf([s + 1]))ds. \qquad (1.5)$$

(1.5) ni ikkala tomonini yana bir bor $[0, t]$, $t < 2$ oraliqda integrallaymiz:

$$x(t) = x(0) + x'(0)t + \frac{q}{1-p^2}Q(t) + F_2(t) \qquad (1.6)$$

Bu erda

$$Q(t) = \int_0^t \int_0^{t_1} (x([s]) - px([s + 1]))ds\, dt_1,$$

$$F_2(t) = \frac{1}{1-p^2}\int_0^t \int_0^{t_1} (f([s]) - pf([s + 1]))ds\, dt_1.$$

Endi $Q(t)$ni quyidagicha ifodalaymiz:

1-hol: $t \in [0,1)$ bo'lsin, u holda $x([s]) = x(0)$ va $x([s + 1]) = x(1)$ bo'lganligi uchun

$$Q(t) = \int_0^t \int_0^{t_1} (x(0) - px(1)ds\, dt_1 = \int_0^t (x(0) - px(1))t_1\, dt_1 = \frac{t^2}{2}\big(x(0) - px(1)\big)$$

Shunday qilib,

$$Q(t) = \frac{t^2}{2}\big(x(0) - px(1)\big) \qquad t \in [0,1). \text{ (1.7}$$

Misol:

$p = 3$, $q = 1$ va 2-davriy funksiyali (1.2) tenglamani ko'rib chiqaylik.

$$f(t) = Cos(\pi t)$$

Yechim:

Buni ko'rsatish mumkin.

$$F_2(t) = \frac{1}{1-p^2}\int_0^t \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} (f([s]) - pf([s+1])dsdt_2\, dt_1$$

$$Q(t) = \int_0^t \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} (x([s]) - px([s+1])dsdt_2\, dt_1$$

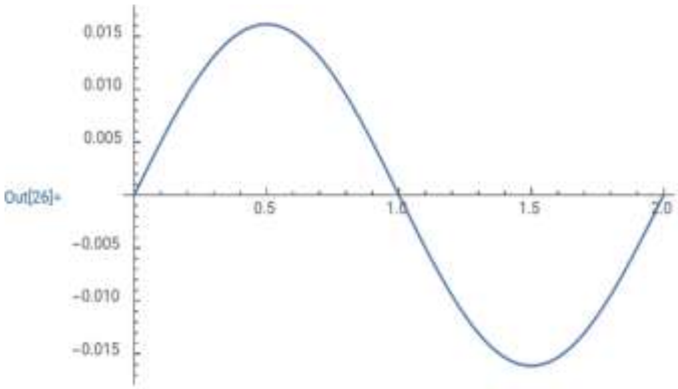
Integrallashdan so'ng biz quyidagilarni olamiz.

$$F_2(t) = -\frac{4\pi t - 4\sin(\pi t)}{8\pi^3}$$

$$Q(t) = \begin{cases} \frac{t^3}{6}\big(x(0) - px(1)\big) & t \in [0,1) \\ \frac{1}{6}\big(x(0) - px(1)\big) + \frac{(t-1)}{2}\big(x(0) - px(1)\big) + \\ \frac{(t-1)^2}{2}\big(x(0) - px(1)\big) + \\ \frac{(t-1)^3}{2}\big(x(1) - px(0)\big) & t \in [1,2) \end{cases}$$

misolni yechish orqali biz $x(0) = 0, x(1) = 0, x'(0) = \frac{1}{2}\pi^2, x''(0) = 0$ larni olgan edik. 2-davriy yechimning grafigi 1-rasmda tasvirlangan.

$0 \le t \le 2$ intervaldagi yechim grafigi quyidagicha keltirilgan.



Ushbu 1-rasm 1-misol uchun (1.2) tenglamaning 2 ta davriy yechimining $x(t)$ grafigi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

- В.В.Вавилов и др. «Уравнения и неравенства». «Наука», М., 1987.
- M.I. Abramovich va boshqalar. "Matematika" , 1-qism. Toshkent, "O'qituvchi", 1985.
- M. Saxayev. "Algebradan masalalar to'plami". Toshkent, "O'qituvchi", 1987.