ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В РАЗЛИЧНЫХ СФЕРАХ ЖИЗНИ

Юсупова Анора Каримовна
Доцент, кандидат физика – математических наук
Сайдахмедова Мохинур Дурбековна
Магистрантка I- курса, Ферганский государственный университет
.

Аннотация: *В данной работе широко раскрыта тема о дифференциальных уравнениях. О том, что дифференциальные уравнения обладают замечательной способностью предсказывать окружающий мир. Примеры приведены из различных сфер из биологии, физики, экономики. Математические модели облегчают прогнозирование результатов эксперимента, проводимых в реальных системах, дают возможность изучать явление в целом, предсказывая его развитие, изменения, происходящие с ним в течение времени. В итоги, доказано, что зная математику можно решить многие проблемы касающиеся разных сферах науки.*

Ключевые слова: *дифференциальные уравнения, прогнозирование результатов, математические модели*, *различные сферы, скорость, количество бактерий.*

Дифференциальные уравнения обладают замечательной способностью предсказывать окружающий мир. Они используются в самых разных дисциплинах, от биологии, экономики, физики, химии и техники. Они могут описывать экспоненциальный рост и упадок, рост популяции видов или изменение возврата инвестиций с течением времени. Дифференциальное уравнение — это уравнение, которое записывается в виде $\frac{dy}{dx}$ =…. Некоторые из них можно решить (чтобы получить y = …..) просто путем интегрирования, другие требуют гораздо более сложной математики.

При изучении какого – либо явления прежде всего создаётся его математическая модель, она описывает основные законы, которым это явление подчиняется в математической форме. На наших примерах можно увидеть, что эти законы выразились в виде дифференциальных уравнений. Рассмотрим некоторые примеры использования дифференциальных уравнений в разных сферах науки.

Применение дифференциальных уравнений в физике.

Дифференциальные уравнения обычно используются в задачах физики. В следующем примере мы обсудим очень простое применение обыкновенного дифференциального уравнения в физике.

Пример: Мяч брошен вертикально вверх со скоростью 50 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти

Скорость мяча в любой момент времени t (*) Расстояние пройденное в любой момент времени t (**) Максимальная высота, достигнутая мячом (***)

Пусть v и h — скорость и высота мяча в любой момент времени t. Поскольку временная скорость скорости есть ускорение, то есть $\frac{dv}{dt}$ ускорение. Так как мяч брошен вверх, его ускорение равно -g. Таким образом, у нас есть

$$\frac{dv}{dt} = -g \qquad (1)$$

Разделив переменные, мы имеем

$$dv = -gdt \qquad (2)$$

(*) Поскольку начальная скорость равна 50 м/с, чтобы получить скорость в любой момент времени t, мы должны проинтегрировать левую часть (2) от 50 до v, а ее правую часть проинтегрировать от 0 до t следующим образом:

$$\int_{50}^{v} dv = -g\int_{0}^{t} dt \Rightarrow$$

$$|v|_{50}^{v} = -g|t|_{0}^{t} \Rightarrow$$

$$v - 50 = -g(t-0) \Rightarrow$$

$$v = 50 - gt \qquad (3)$$

Поскольку $g = 9{,}8\ м/с^2$, подставляя это значение в (3), мы имеем

$$v = 50 - 9{,}8t \qquad (4)$$

(**) Поскольку скорость — это скорость прохождения расстояния во времени, то $v = \frac{dh}{dt}$. Подставляя это значение в (4), мы имеем

$$\frac{dh}{dt} = 50 - 9{,}8t \qquad (5)$$

Разделив переменные (5), мы имеем

$$dh = (50 - 9{,}8t)dt \qquad (6)$$

Чтобы найти расстояние, пройденное в любой момент времени t, мы интегрируем левую часть (6) от 0 до h, а правую часть интегрируем от 0 до t следующим образом:

$$\int_0^h dh = \int_0^t (50 - 9{,}8t)dt \Rightarrow$$

$$|h|_0^h = \left|50t - 9{,}8\frac{t^2}{2}\right|_0^t \Rightarrow$$

$$h - 0 = 50t - 9{,}8\frac{t^2}{2} - 0 \Rightarrow$$

$$h = 50t - 4{,}9t^2 \qquad (7)$$

(***) Поскольку на максимальной высоте скорость равна нулю, предположим $v = 0$ в (4)

$$0 = 50t - 9{,}8t^2 \Rightarrow 0 = 50 - 9{,}8t$$

$$\Rightarrow t = \frac{50}{9{,}8} = 5{,}1$$

Таким образом, максимальная высота достигается в момент времени

t = 5,1сек

Подставляя это значение t в уравнение (7), мы имеем

$$h = 50(5{,}1) - 4{,}9(5{,}1)^2$$
$$\Rightarrow h = 255 - 127{,}449 = 127{,}551$$

Таким образом, максимальная достигнутая высота составляет 127,551м.

Применение дифференциальных уравнений в биологии

Дифференциальные уравнения часто используются при решении математических и физических задач. В следующем примере мы обсудим применение простого дифференциального уравнения в биологии.

Пример:

В культуре количество бактерий увеличивается со скоростью, пропорциональной количеству присутствующих бактерий. Если изначально было 400 бактерий, а через 3 часа их количество увеличилось вдвое, найдите количество бактерий, присутствующих через 7 часов.

Предположим x - число бактерий, а скорость $\frac{dx}{dt}$. Поскольку количество бактерий пропорционально скорости, поэтому

$$\frac{dx}{dt} \propto kx$$

Если k (k>0) – константа пропорциональности, то

$$\frac{dx}{dt} = kx$$

Разделив переменные, мы имеем

$$\frac{dx}{dt} = kdt \qquad (1)$$

Поскольку изначально имеется 400 бактерий, и они удваиваются за 3 часа, мы интегрируем левую часть уравнения (1) от 400 до 800 и интегрируем его правую часть от 0 до 3, чтобы найти значение k следующим образом:

$$\int_{400}^{800} \frac{dx}{x} = k \int_0^3 dt \qquad \Rightarrow$$
$$|lnx|_{400}^{800} = k|t|_0^3 \qquad \Rightarrow$$
$$\ln 800 - \ln 400 = k\,(3\text{-}0) \qquad \Rightarrow$$
$$3k = \ln\frac{800}{400} = \ln 2 \qquad \Rightarrow$$
$$k = \frac{1}{3}\ln 2$$

Подставляя значение k в (1), мы имеем

$$\frac{dx}{x} = \left(\frac{1}{3} ln2\right) dt \qquad (2)$$

Затем, чтобы найти количество бактерий, присутствующих через 7 часов, мы интегрируем левую часть (2) от 400 до x и правую часть от 0 до 7 следующим образом:

$$\int_{400}^{x} \frac{dx}{x} = \frac{1}{3} ln2 \int_{0}^{7} dt \quad \Rightarrow$$

$$|lnx|_{400}^{x} = \frac{1}{3} ln2 |t|_{0}^{7} \quad \Rightarrow$$

$$\ln x - \ln 400 = \frac{1}{3} \ln 2 \ (7\text{-}0) \quad \Rightarrow$$

$$\ln x = \ln 400 + \frac{7}{3} \ln 2 \quad \Rightarrow$$

$$\ln x = \ln 400 + \ln 2^{\frac{7}{3}} \quad \Rightarrow$$

$$\ln x = \ln(400)2^{\frac{7}{3}} \quad \Rightarrow$$

$$x = (400)(5.04) = 2016$$

Применение дифференциальных уравнений в бизнесе

В следующем примере мы обсудим применение простого дифференциального уравнения в бизнесе.

Если $\boldsymbol{P}$ является основной суммой, а $\boldsymbol{r}$ является процентной ставкой, то дифференциальное уравнение, относящееся к времени t, P и r, имеет вид

$$\frac{dP}{dt} = rP$$

Пример: Сколько времени потребуется, чтобы 10 000 рупий удвоились, если он непрерывно начисляется по ставке 4 процента в год?

Здесь

$$P = 10000 r = \frac{4}{100} = 0.04$$

Дифференциальное уравнение, определяющее данную задачу, имеет вид

$$\frac{dP}{dt} = rP \qquad (1)$$

Поскольку ставка r фиксирована, подставляя значения r в уравнение (1), мы имеем

$$\frac{dP}{dt} = 0.04P \qquad (2)$$

Разделив переменные в уравнении (2), мы имеем

$$\frac{dP}{dt} = 0.04dt \qquad (3)$$

Поскольку необходимо вычислить время, в течение которого P удваивается, интегрируя левую часть уравнения (3) от 10000 до 20000 и интегрируя его правую часть от 0 до t, получаем

$$\int_{10000}^{20000} \frac{dP}{dt} = 0.04 \int_{0}^{t} dt \quad \Rightarrow$$

$$|lnP|_{10000}^{20000} = 0.04 |t|_{0}^{t} \quad \Rightarrow$$

$$ln20000 - ln10000 = 0.04\,(t - 0) \quad \Rightarrow$$

$$ln\frac{20000}{10000} = 0.04t \quad \Rightarrow$$

$$t = \frac{1}{0.04} ln2$$

$\Rightarrow t \approx 17.328$

В представленной работе мы рассмотрели применение дифференциальных уравнений для решения задач в физике, биологии и в бизнесе. Математические модели облегчают прогнозирование результатов эксперимента, проводимых в реальных системах, дают возможность изучать явление в целом, предсказывая его развитие, изменения, происходящие с ним в течение времени. Исходя из всего, мы видим, что зная математику можно решить многие проблемы касающиеся разных сферах науки.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И. Г. Петровский. – М., 1984. – 295 с.
2. Рубецков, Д. И. Феномен математической модели Лотки-Вольтерры и сходных с ней / Д. И. Рубецков // Известия Вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 2011. – № 2. –С. 69–87.426
3. Михеев В.С., Стяжкина О.В., Шведова О.М. Математика: Учебное пособие для среднего профессионального образования. / В.С.Михеев. Ростов н/Д.: Феникс, 2009.
4. www.wikiboks.org
5. Yusupova, A. K., & Gafforov, R. A. (2021). Refining One Theorem For The Romanovsky Distribution. The American Journal of Interdisciplinary Innovations Research, 3(06), 103-108.
6. Атакулов С. Б., Зайнолобидинова С. М., Набиев Г. А., Отаджонов С. М. (2011). К теории аномальных фотоэлектрических и фотомагнитных эффектов в полупроводниковых пленках. Узбекский физическийжурнал, 13(4), 255-260.
7. Атакулов С. Б., Юлдашев А. А., Зайнолобидинова С. М. (2012). Влияние рассеяния на потенциальные барьеры границ кристаллитов на формирование кинетических коэффициентов в полупроводниковыхполикристаллах. Невырожденная статистика. Узбекский физическийжурнал, 14(4), 227-233.
8. Атакулов С. Б., Зайнолобидинова С. М., Набиев Г. А., Тухтаматов О. А. (2012). Влияние структурных особенностей поликристаллическихполупроводниковых пленок на формирование аномального фотонапряжения: II. Сравнение с экспериментом. Полупроводники, 46(6), 714-718.
9. Зайнолобидинова, С. М. (2017). ИДЕНТИФИКАЦИЯ ВКЛАДАГРАНИЦ ЗЕРЕН В ТОКОПЕРЕНОС В ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЕНКАХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ. Интеграция наук, (2), 16-17.

10. Атакулов С. Б., Зайнолобидинова С. М., Отаджонов С. М., Тухтаматов О. А. (2011). Проницаемость потенциального барьера на границах зерен в полупроводниковых поликристаллах. Узбекский физическийжурнал, 13(5), 334-340.

11. Онаркулов, К. Э., & Зайнолобидинова, С. М. (2022). СТРУКТУРНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЕНОКПОЛУПРОВОДНИКОВ НА ФОРМИРОВАНИЕ ЭФФЕКТА АНОМАЛЬНОГО ФОТОНАПРЯЖЕНИЯ. PEDAGOGICAL SCIENCES AND TEACHING METHODS, 13(2), 228-232.

12. Онаркулов, К. Э., & Зайнолобидинова, С. М. (2022). СТРУКТУРНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЕНОК IJODKOR O‘QITUVCHI JURNALI 5 IYUN / 2022 YIL / 19 – SON 615

13. ПОЛУПРОВОДНИКОВ НА ФОРМИРОВАНИЕ ЭФФЕКТА АНОМАЛЬНОГОФОТОНАПРЯЖЕНИЯ. PEDAGOGICAL SCIENCES AND TEACHING METHODS, 13(2), 228-232.

14. Атакулов С. Б., Зайнолобидинова С. М., Набиев Г. А., Набиев М. Б., Юлдашев А. А. (2013). Теория транспортных явлений в поликристаллических пленках халькогенида свинца. Мобильность. Невырожденная статистика. Полупроводники, 47(7), 879-883.

15. Атакулов, Ш. Б., Зайнолобидинова, С. М., Набиев, Г. А., Набиев, М. Б., & Юлдашев, А. А. (2013). Теория явлений переноса в поликристаллических пленках халькогенидов свинца. Подвижность. Невырожденная статистика. Физика и техника полупроводников, 47(7), 869-873.

16. Атакулов С. Б., Зайнолобидинова С. М., Набиев Г. А., ТухтаматовО. А. (2012). Влияние структурных особенностей поликристаллических полупроводниковых пленок на формирование аномального фотонапряжения: I. Механизм явления. Полупроводники, 46(6), 708-713.

17. Зайнолобидинова, С. М. (2018). Формирование эффекта аномального фотонапряжения поликристаллических структурах. Интеграция наук, (4), 38-41.

18. Алимов, Н. Э., Зайнолобиддинова, С. М., Отажонов, С. М., Халилов, М. М., Юсупова, Д. А., & Якубова, Ш. (2016). Изменение потенциальных барьеров низкоразмерных тонких пленок p-CdTe в условиях внешнихвоздействий. Журнал физики и инженерии поверхности.