ASOSIY TRIGONOMETRI AYNIYATLAR, ULARNING ISBOTLAR VA MISOLLARDAGI TADBIQLARI.

Solayeva Mehribon Norimonovna
Toshkent amaliy fanlar universiteti. mehribon.solayeva@bk.ru

Annotatsiya: *Ushbu maqolada asosiy trigonometrik ayniyatlar va ularning isbotlari tahlil qilingan. Bundan tashqari asosiy ayniyatlarning tadbiqlariga oid bir qancha misollar va ularni yechish usullari ham ko'rib chiqilgan.*

Kalit so'zlar: *Ayniyatlar, trigonometrik ayniyatlar, burchak sinusi, burchak kosinusi, burchak tangensi,*

Аннотация: *В данной статье анализируются основные тригонометрические выражения и их доказательства. Кроме того, также рассмотрено несколько примеров применения основных задач и методов их решения.*

Ключевые слова: *Квадраты, тригонометрические квадраты, синус угла, косинус угла, тангенс угла*

Abstract: *This article analyzes the basic trigonometric expressions and their proofs. In addition, several examples of the application of basic problems and methods for solving them are also considered.*

Key words: *Squares, trigonometric squares, sine of an angle, cosine of an angle, tangent of an angle*

Asosiy trigonometric ayniyatlarni o'rganishdan oldin, ayniyatning o'zi nima ekanligi haqida qisqacha to'xtalib o'tamiz.

Birgina argumentning ikkita funksiyasi bir hil aniqlanish sohasiga ega bo'lib, argumentlarning barcha mumkin bo'lgan qiymatlarida bir hil qiymatlar qabul qilsa, bunday funksiyalar aynan teng deyiladi.

Argumentning qabul qilishi mumkin bo'lgan barcha qiymatlarida o'rinli bo'lgan tenglik ayniyat deyiladi.

Agar ayniyat tarkibiga trigonometrik funksiyalar kirgan bo'lsa u holda ayniyat trigonometrik ayniyat deyiladi.

Berilgan funksiyadan unga aynan teng funksiyaga o'tish funksiyani aynan shakl almashtirish deyiladi. [1,2]

Trigonometrik ayniyatlarni isbotlashda odatda quyidagi usullar qo'llaniladi:

1) tenglikning istilgan qismi (odatda qiyinroq ifoda qatnashgan qismi) ustida shunday shakl almashtirishlar bajariladiki, natijada tenglikning boshqa qismida turgan ifoda hosil bo'ladi;

2) isbotlanayotgan ayniyatning har ikkala qismini har ikkala qismda bir vaqtda aynan teng ifodalar hosil bo'lganligi ravshan bo'lgunga qadar shakl almashtiriladi; 3)

proporsiyaning chetki va o'rta hadlari ko'paytmalarining tengligi xossasidan foydalanib, bu ko'paytmalarning tengligiga ishonch hosil qilinadi. [2,3]

Asosiy trigonometric ayniyatlar.

1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

2) $tg\alpha\cdot ctg\alpha=1,\ \alpha\neq\frac{\pi k}{2}\ k\in Z$

3) $1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha},\ \alpha\neq\frac{\pi}{2}+\pi k\ \ k\in Z$

4) $1+ctg^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha},\ \alpha\neq\pi k\ \ k\in Z$.

Endi ushbu asosiy ayniyatlarni isbotlasak. [3,5]

Isbot: Birinchi ayniyatni isbotlash uchun Pifagor teoremasi hamda sinus va kosinus funksiyalarning ta'riflaridan foydalanamiz.

$\sin\alpha=\frac{a}{c}$ va $\cos\alpha=\frac{b}{c}$, bularni yuqoridagi ifodaga qo'yamiz. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=(\frac{a}{c})^2+(\frac{b}{c})^2=\frac{a^2+b^2}{c^2}=\frac{c^2}{c^2}=1$ bo'lib bu esa birinchi ayniyatning to'g'ri ekanligini isbotlaydi.

Ikkinchi ayniyatning isboti ham huddi yuqoridagi kabi ta'rifdan foydalanib isbotlanadi. $tg\alpha=\frac{a}{b}$ va $ctg\alpha=\frac{b}{a}$ bo'lib, bularni ikkinchi ifodaga qo'yib tekshiramiz. $tg\alpha\cdot ctg\alpha=\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=1$ ekanligi kelib chiqadi bu esa tenglikning to'g'ri ekanligini ko'rsatadi.

Uchunchi ayniyatning to'g'ri ekanligini ko'rsatish uchun, $tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ ekanligidan foydalanamiz. $1+tg^2\alpha=1+\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$ bo'lib bu esa uchunchi ayniyat to'g'ri ekanligi kelib chiqadi.

To'rtinchi ayniyat ham huddi yuqoridagi uchinchi ayniyat kabi isbotlanadi.

Yuqoridagi ayniyatlardan foydalangan holda yana bir nechta ayniyatlarni keltirib chiqarish mumkin, masalan,

$\sin\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha},\ \cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha},\ \cos\alpha=\pm\frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}\ldots$ kabi bir qator ayniyatlarni.

Endi yuqoridagi ayniyatlardan foydalanib yechimini topish mumkin bo'lgan bir nechta misollarni yechishni ko'rib chiqamiz.

Misol 1: Agar $\mathrm{tg}\alpha=2$ bo'lsa u holda $\frac{\sin\alpha}{3\sin^3\alpha+10\cos^3\alpha}$ ifodaning qiymatini toping [3,6].

Yechish: ushbi ifodani qiymatini topishda, ifodani $\mathrm{tg}\alpha$ lar orqali ifodalaymiz. Ya'ni kasrning maxrajidan $\cos^3\alpha$ ni kavsdan tashqariga chiqaramiz.

$$\frac{\sin\alpha}{3\sin^3\alpha + 10\cos^3\alpha} = \frac{\frac{\sin\alpha}{\cos^3\alpha}}{3\mathrm{tg}^3\alpha + 10} = \frac{\mathrm{tg}\alpha \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha}}{3\mathrm{tg}^3\alpha + 10}$$

Tenglik hosil bo'ladi. Endi ushbu tenglikda $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \mathrm{tg}^2\alpha$ ekanligidan foydalanamiz.

$$\frac{\mathrm{tg}\alpha \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha}}{3\mathrm{tg}^3\alpha + 10} = \frac{\mathrm{tg}\alpha \cdot (1 + \mathrm{tg}^2\alpha)}{3\mathrm{tg}^3\alpha + 10} = \frac{2 \cdot (1 + 4)}{3 \cdot 8 + 10} = \frac{10}{34} = \frac{5}{17}$$

Ga teng qiymat hosil bo'ladi.

Misol 2: Agar $\sqrt{3 - \cos^2 x} - \sqrt{2 + \sin^2 x} = 0{,}5$ ga teng bo'lsa u holda $\sqrt{3 - \cos^2 x} + \sqrt{2 + \sin^2 x}$ ifodaning qiymatini toping [3,4].

Yechish: Ushbu misolda ifodaning qiymatini topish uchun $\sqrt{3 - \cos^2 x} + \sqrt{2 + \sin^2 x}$ ifodani no'malum y bilan belgilab olamiz va $\sqrt{3 - \cos^2 x} - \sqrt{2 + \sin^2 x} = 0{,}5$ ifodaga ko'paytiramiz. Demak

$(\sqrt{3 - \cos^2 x} - \sqrt{2 + \sin^2 x}) \cdot (\sqrt{3 - \cos^2 x} + \sqrt{2 + \sin^2 x}) = 0{,}5 \cdot y$ bo'lib, bundan $3 - \cos^2 x - 2 - \sin^2 x = 0{,}5 \cdot y$ tenglik kelib chiqadi va bu tenglamadan y ni topib olamiz. Ya'ni $0{,}5 \cdot y = 0 \ \rightarrow y = 0$ bo'lib, ifodaning qiymati 0 ga teng bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1) SH.A.Alimov, O.R.Xolmuhammayedov, M.A.Mirzaahmedov. "Algebra" Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 9- sinfi uchun darslik. "O'qituvchi" nashriyot matbaa ijodiy uyi Yeo'shkent-2014.

2) M.A.Mirzaahmedov, Sh.N.Ismailov, A.Q.Amanov. "matematika" 11-sinf uchun darslik. Toshent- 2018.

3) "Matematika" abituriyentlar uchun mavzulashtirilgan testlar to'plami 1996-2007. Toshkent 2007.

4) A.J. Seytov, A.R. Kutlimuradov, R.N. Turaev,N.K. Muradov,A.A. Kudaybergenov, Mathematical model of optimal control of the supply canal to the first pumping station of the cascade of the Karshi main canal. International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology Vol. 8, Issue 3 , March 2021. India. ISSN: 2350-0328. pp. 16790- 16797. (№5, web of science IF=6,646)

5) A. V. Kabulov, A. J. Seytov & A. A. Kudaybergenov. Mathematical models of the optimal distribution of water in the channels of irrigation systems. International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development (IJMPERD) ISSN(P): 2249–6890; ISSN(E): 2249–8001 Vol. 10, Issue 3, Jun 2020, pp. 14193–14202 (№5 Scopus IF = 9.6246)

6) Sh. Kh. Rakhimov, A. J. Seytov, D. K. Jumamuratov & N. K. Rakhimova. Optimal control of water distribution in a typical element of a cascade of structures of a machine canal pump station, hydraulic structure and pump station. India. International

Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development (IJMPERD) ISSN (P): 2249–6890; ISSN (E): 2249–8001 Vol. 10, Issue 3, Jun 2020, pp. 11103-11120. (№5 Scopus IF = 9.6246)