7 – TOM 1 – SON / 2024 - YIL / 15 - YANVAR

# LIMIT TURLARI VA ULARNING XUSUSIYATLARI

**Narziyev Olimjon Sagdullayevich**

*TIQXMMI, Milliy tadqiqot universiteti*

*"International Hause Tashkent" akademik litseyi matematika fani o'qituvchisi*

**Annotatsiya**: *Harakatdagi moddiy nuqtaning oniy tezligini aniqlash masalasi hosila tushunchasiga, hosilalarni hisoblash masalasi esa funksiya limiti va uzluksizligi tushunchalariga olib keldi. Ushbu maqolada limitlarning turlari va ularning xususiyatlari to'g'risida mulohaza yuritilgan, misollar asosida tushuntirib o'tilgan.*

**Kalit so'zlar:** *funksiya, hosila, limit, xossa, teorema, ta'rif, misol, bilim, yig'indi, ko'paytma, uzluksiz, to'plam.*

# ВИДЫ ЛИМИТОВ И ИХ ОСОБЕННОСТИ

**Нарзиев Олимжон Сагдуллаевич**

*TIQXMMI, Национальный исследовательский университет*

*Учитель математики академического лицея "International Hause Tashkent"*

**Аннотация**: *задача определения мгновенной скорости материальной точки в движении привела к понятию производной, а задача вычисления производных привела к понятиям предела и непрерывности функции. В этой статье рассматриваются виды лимитов и их свойства, объясняются на примерах.*

**Ключевые слова**: *функция, производная, предел, свойство, теорема, определение, пример, знание, сумма, умножение, непрерывность, множество.*

# LIMIT TYPES AND THEIR CHARACTERISTICS

**Narziyev Olimjon Sagdullayevich**

*TIQXMMI, National Research University*

*Mathematics teacher of "International Hause Tashkent" academic lyceum*

**Annotation:** *the question of determining the instantaneous velocity of a material point in motion led to the concept of derivative, and the question of calculating derivatives led to the concepts of function limit and continuity. This article reflects on the types of limits and their properties, explaining them on the basis of examples.*

**Key words**: *function, derivative, limit, property, theorem, definition, example, knowledge, sum, product, continuous, set.*

Ma'lumki, funksiya, uning hosilasi va integrali tushunchalari matematika fanida qo'llaniluvchi asosiy tushunchalar bo'lib, ularni o'quvchilar puxta o'zlashtirishini ta'minlash uchun o'qituvchilar mukammal bilimga ega bo'lishlari va o'z ustilarida tinimsiz ishlashlari zarur. Matematika bo'yicha funksiya hosilasini o'rganish uchun o'quvchilarda limitning ma'nosi, uning belgilanishi haqida aniq tasavvur bo'lishi zarur, bunga erishish uchun limit haqida yaqqol tasavvur uyg'otuvchi konkret masalalardan foydalanish maqsadga muvofiq bo'ladi. Quyidagi misollar asosida limitlarni yaqindan ko'rib o'tamiz.

**Ta'rif 1**. $y=f(x)$ funksiyani b son bilan $x\to a$ da cheksiz kichik bo'lgan $y=a(x)$ funksiya yig'indisi ko'rinishida, ya'ni $y=b+a(x)$ ko'rinishida yozish mumkin bo'lsa, b son $x\to a$ da bu funksiyaning limiti deyiladi va .

$\lim\limits_{x\to a} f(x)=b$ ko'rinishda yoziladi.

**1-xossa**. Agar $y=f(x)$ va $y=g(x)$ funksiyalar $x\to a$ da limitga ega bo'lsa, u holda $f(x)+g(x)$ va $f(x)$ x $g(x)$ funksiyalar ham $x\to a$ da limitga ega bo'ladi.

$\lim\limits_{x\to a}\left(f(x)+g(x)\right)=\lim\limits_{x\to a} f(x)+\lim\limits_{x\to a} g(x)$ va $\lim\limits_{x\to a}\left(f(x)\times g(x)\right)=\lim\limits_{x\to a} f(x)\times\lim\limits_{x\to a} g(x)$ qisqacha aytganda, yig'indi limiti limitlar yig'indisiga teng, ko'paytma limiti limitlar ko'paytmasiga teng.

**2-xossa**. Agar $y=f(x)$ va $y=g(x)$ funksiyalar $x\to a$ da limitga ega bo'lsa, bunda ikkinchi limit noldan farqli bo'lsa, u holda

$$\lim_{x\to a}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)=\frac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$$ bo'ladi.

**1-misol**. $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x^2+10}{2x^2-1}$ ni hisoblaymiz. Yuqoridagi tasdiqlarga asosan

$$\lim_{x\to 5}\frac{x^2+10}{2x^2-1}=\frac{\lim\limits_{x\to 5}(x^2+10)}{\lim\limits_{x\to 5}(2x^2-1)}=\frac{\lim\limits_{x\to 5} x^2+10}{2\lim\limits_{x\to 5} x^2-1}=\frac{5^2+10}{2\cdot 5^2-1}=\frac{35}{49}=\frac{5}{7}$$

Agar a nuqtada kasr-ratsional funksiyaning maxraji nolga aylansa va surati noldan farqli bo'lsa, x ning a ga yaqinlashgani sari funksiya qiymati modul bo'yicha juda katta bo'ladi. Bunda $x\to a$ da funksiya cheksiz katta bo'ladi va lim $\frac{f(x)}{g(x)}=\infty$ kabi yoziladi. Masalan,

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+7}{x^2-4}=\infty.$$

Agar $x\to a$ da surat ham, maxraj ham nolga aylansa, kasrning surat va maxraji $x-a$ ga qisqartirib, aynan aylantirish kerak.

**2-misol**: $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-7x-12}$ ni hisoblaymiz. Buning uchun surat va maxrajni ko'paytuvchilarga ajratib, kasrni x-3 ga qisqartiramiz:

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-7x+12}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-4)}=\lim_{x\to 3}\frac{x+3}{x-4}=\frac{3+3}{3-4}=\text{-6}.$$

**Ta'rif.** Agar f(x) funksiya a nuqtada aniqlangan va $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$ bo'lsa, bu funksiya a nuqtada uzluksiz deyiladi.

Shunday qilib, agar funksiyaning *a* nuqtadagi limiti mavjud bo'lib, funksiyaga argumentning qiymatini qo'yganda bu limitni hisoblash mumkin bo'lsa, funksiya a nuqtada uzluksiz deyiladi. Bunday shart bajarilmaydigan nuqtalar funksiyaning uzilish nuqtasi deyiladi. Ko'p hollarda uzilish qismlarni ajratuvchi nuqtalarda (bu qismlarda funksiya turli analitik ifodalar bilan berilgan) yoki maxraj nolga aylanadigan nuqtalarda sodir bo'ladi. Bu uzluksiz funksiyalar haqida xossalardan kelib chiqadi.

**1-xossa**. Agar $y=f(x)$ va $y=g(x)$ funksiyalar a nuqtada uzluksiz bo'lsa, u holda $y=f(x)+g(x)$ *va* $y=f(x)g(x)$ funksiyalar ham bu nuqtada uzluksiz bo'ladi.

**2-xossa**. Agar $y=f(x)$ va $y=g(x)$ funksiyalar a nuqtada uzluksiz bo'lsa va bunda $g(a)\neq 0$ bo'lsa, $y=\frac{f(x)}{g(x)}$ funksiya ham bu nuqtada uzluksiz bo'ladi.

Bu tasdiqlardan ko'rinib turibdiki, agar funksiya $y=\frac{f(x)}{g(x)}$ ifoda bilan berilgan bo'lsa, bunda $y=f(x)$ va $y=g(x)$ funksiyalar uzluksiz, maxraj nolga aylanadigan nuqtalardagina uzilish sodir bo'ladi.

Masalan, $y=\frac{x^2+9}{x^2-6x+8}$ funksiyaning uzilish nuqtasini topish uchun $x^2-6x+8=0$ tenglamani yechish kerak: $x_1=2$, $x_2=4$; 2 va 4 nuqtalar berilgan funksiyaning uzilish nuqtalaridir.

**Tarif**. Agar $y=f(x)$ funksiya [a;b] kesmaning barcha nuqtalarida uzluksiz bo'lsa, bu funksiya [a;b] kesmada uzluksiz deyiladi.

Kesmada uzluksiz bo'lgan funksiyalar qator muhim xossalarga ega.

**3-xossa**. Agar y=f(x) funksiya [a;b] kesmada uzluksiz bo'lsa, uning bu kesmada qiymatlari orasida eng katta va eng kichik qiymatlari mavjud.

**4-xossa**. Agar $y=f(x)$ funksiya [a;b] kesmada uzluksiz bo'lib, uning oxirlarida (uchlarida) turli ishorali qiymatlar qabul qilsa (masalan, $f(x)<0$, $f(b)>0$), bu funksiya [a;b] kesmaning qaysidir nuqtasida nolga aylanadi.

Misol. $x^3$-6x+3=0 tenglama [2;3] kesmada hech bo'lmaganda bitta ildizga ega. Shuni isbotlaymiz.

Haqiqatan, $y=x^3-6x+3$ uzluksiz funksiya bu kesmaning chap oxirida $f(2)=2^3-6\cdot 2+3=-1$ qiymatini, o'ng oxirida $f(3)=3^3-6\cdot 3+3=12$ qiymatni qabul qiladi. Bu qiymatlar turli ishorali, shuning uchun funksiya [2;3] kesmada nolga aylanadi. Bu esa $x^2$-6x+3=0 tenglama bu kesmada hech bo'lmaganda bitta ildizga ega ekanligini anglatadi.

Endi argumenti haqiqiy son bo'lgan funksiya limitini qaraymiz. Buning uchun avvalo to'plamning limit nuqtasi tushunchasini keltiramiz. *X* – biror haqiqiy sonlar to'plami, *a* – biror nuqta bo'lsin.

**1-ta'rif**. Agar $a$ nuqtaning har bir atrofida x-to'plamning $a$ dan farqli kamida bitta nuqtasi bo'lsa, $a$ nuqta $X$ to'plamning limit nuqtasi (quyuqlanish nuqtasi) deb ataladi.

Misollar. a) $[0,1]=\{x|x\in R, 0\le x\le 1\}$ to'plamning har bir nuqtasi shu to'plamning limit nuqtasi bo'ladi.

b) Ushbu $N=\{x|n, n\in N\}$ to'plam limit nuqtaga ega emas. Lekin, $U_c(\infty), U_c(+\infty), U_c(-\infty)$ atroflarda X to'plamning nuqtalari bo'lsa, mos ravishda $\infty, +\infty, -\infty$ lar X to'plamning limit "nuqta"lari deyiladi. Bunday kelishilsa $+\infty$ nuqta N to'plamning limit nuqtasi bo'ladi.

d) Ushbu $(0,1)=\{x|x\in R, 0\prec x\prec 1\}$ to'plamning har bir nuqtasi shu to'plamning limit nuqtasi bo'ladi va yana x=0, x=1 nuqtalar ham (0,1) uchun limit nuqtalardir.

Yuqoridagi ta'rif va misollardan quyidagi natijalar kelib chiqadi.

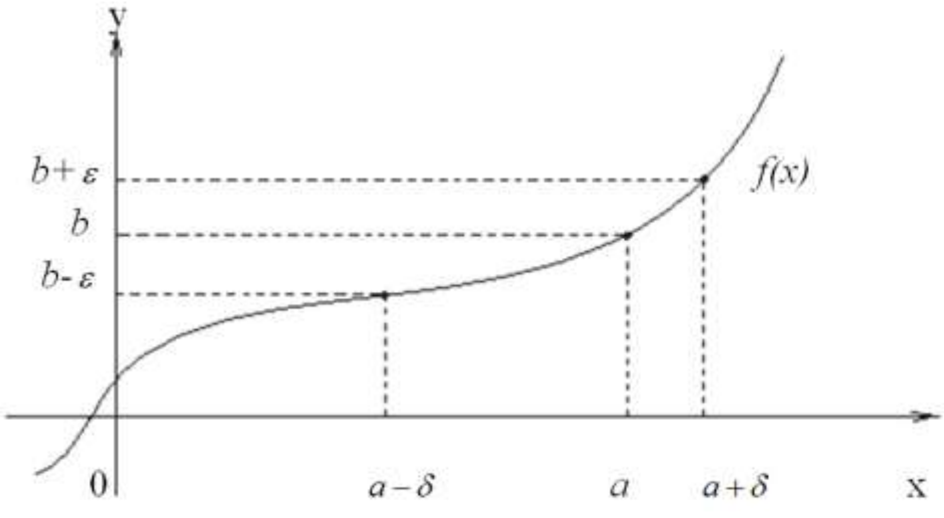
1°. X to'plamning limit nuqtasi shu to'plamga tegishli bo'lishi ham, tegishli bo'lmasligi ham mumkin.

2°. Agar $a$ nuqta $X$ to'plamning limit nuqtasi bo'lsa, $a$ nuqtaning har bir atrofida $X$ to'plamning cheksiz ko'p nuqtalari bo'ladi.

$X$ haqiqiy sonlar to'plami bo'lib, a nuqta uchun limit nuqtasi bo'lsin. Bu to'plamda $f(x)$ funksiya aniqlangan deylik.

**2-ta'rif**. Agar har qanday $\varepsilon\succ 0$ son uchun shunday $\delta\succ 0$ son topilsaki, argument $x$ ning $0\prec|x-a|\prec b$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha qiymatlarida $|f(x)-b|\prec\varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, $b$ son $f(x)$ funksiyaning $a$ nuqtadagi (x→a dagi) limiti deb ataladi va $\lim\limits_{x\to a} f(x)=b$ kabi yoziladi. Ta'rifdagi $0\prec|x-a|\prec\delta$ tengsizlik $a-\delta\prec x\prec a+\delta$ tengsizlikka, $|f(x)-b|\prec\varepsilon$ tengsizlik esa $b-\varepsilon\prec f(x)\prec b+\varepsilon$ tengsizlikka ekvivalent bo'lganligi uchun bu ta'rifni quyidagi formada yozish mumkin:

$2'$-ta'rif. Agar $b$ nuqtaning $\varepsilon$-atrofi qanday bo'lmasin $a$ nuqtaning shunday $\delta-$ atrofi topiladiki, a ning har qanday $x\neq a$ bo'lgan $\delta$-$a$ atrofda yotgan qiymatlari uchun $f(x)$ning qiymatlari $b$ nuqtaning $\varepsilon$-atrofida yotadi (1-rasm)




1-rasm

Ta'rifdan ko'rinadiki *f(x)* funksiya *(a-b, a+b)* intervalda aniqlangan bo'lishi kerak. Bunda u *a* nuqtada aniqlanmagan bo'lishi ham mumkin.

1-misol. $\lim\limits_{x \to 2}(2x-1)=3$ ni isbotlang.

Yechish. Ixtiyoriy $\varepsilon \succ 0$ olamiz. Unga ko'ra shunday $\delta \succ 0$ topilib, $|x-2| \prec \delta$ tengsizlikdan $|(2x-1)-3| \prec \varepsilon$ tengsizlikning kelib chiqishini ko'rsatamiz.

$|(2x-1)-3| \prec \varepsilon, 2|x-2| \prec \varepsilon, |x-2| \prec \frac{\varepsilon}{2}$. Demak, agar $\delta = \frac{\varepsilon}{2}$ deb olsak, $|x-2| \prec \delta$ tengsizlikning bajarilishidan $|(2x-1)-3| \prec \varepsilon$ tengsizlikning ham bajarilishi kelib chiqadi. Shunday qilib $\lim\limits_{x \to 2}(2x-1)=3$ ekanligi isbotlandi.

**Bir tomonli limitlar.**

X haqiqiy sonlar to'plami bo'lib, *a* uning o'ng (chap) limit nuqtasi bo'lsin. Bu to'plamda f(x) funksiya aniqlangan deylik.

**3-ta'rif**. Agar har qanday $\varepsilon \succ 0$ son uchun shunday $\delta \succ 0$ son topilsaki, argument x ning $a \prec x \prec a+\delta (a-\delta \prec x \prec a)$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi barcha qiymatlarida $|f(x)-b| \prec \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, *b* son *f(x)* funksiyaning *a* nuqtadagi o'ng(chap) limiti deyiladi. Funksiyaning o'ng(chap) limiti quyidagicha belgilanadi:

$$\lim_{x \to a+0} f(x) = b \text{ yoki } f(a+0)=b \quad \left(\lim_{x \to a-0} f(x) = b \text{ yoki } f(a-0)=b\right).$$

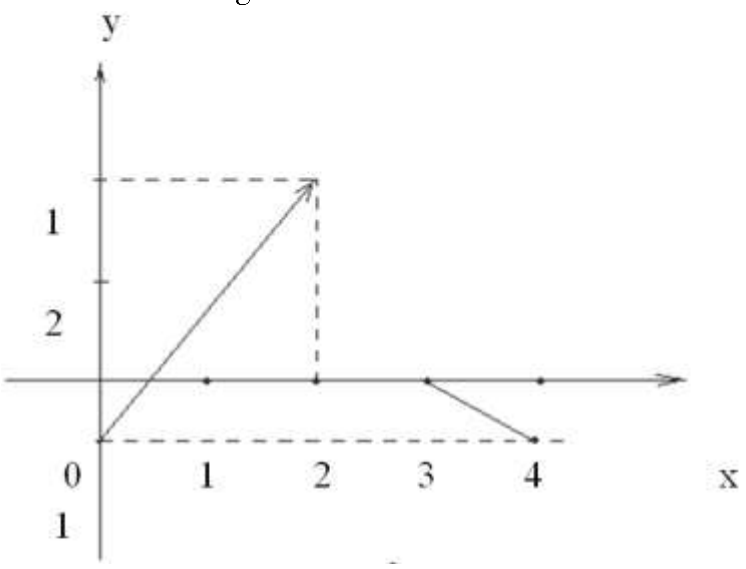
Agar *a*=0 bo'lsa *x*→0+0(*x*→0-0) o'rniga *x*→+0(*x*→-0) deb yoziladi.

Funksiyaning o'ng va chap limitlari uning bir tomonli limitlari deyiladi.

3-misol. [0,4] segmentda quyidagicha aniqlangan *y=f(x)* funksiyani qaraymiz:

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & agar \quad 0 \le x \prec 3; \\ 3-x, & agar \quad 3 \le x \le 4. \end{cases}$$

Uning grafigi 2-rasmda tasvirlangan:




2-rasm

Rasmda ko'rinib turibdiki, $\lim\limits_{x\to 3-0} f(x) = \lim\limits_{x\to 3-0}(x-1) = 2,$

$\lim\limits_{x\to 3+0} f(x) = \lim\limits_{x\to 3+0}(3-x) = 0$. Bu yerda o'ng va chap limitlar bir biriga teng emas. SHuning uchun berilgan funksiya x=3 nuqtada limitga ega emas.

Quyidagi teorema o'rinli:

**1-teorema**. *f(x)* funksiya a nuqtada b limitga ega bo'lishi uchun, uning shu nuqtada o'ng va chap limitlari mavjud bo'lib,

*f(a+0)=f(a-0)=b*

tengliklar o'rinli bo'lishi zarur va yetarli.

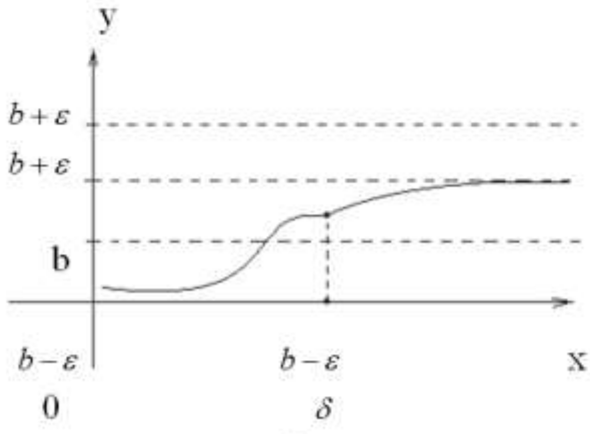
**2-teorema**. Agar *f(x)* funksiya limitga ega bo'lsa, u yagonadir.

Endi $x\to\infty$ da funksiya limiti tushunchasini keltiramiz.

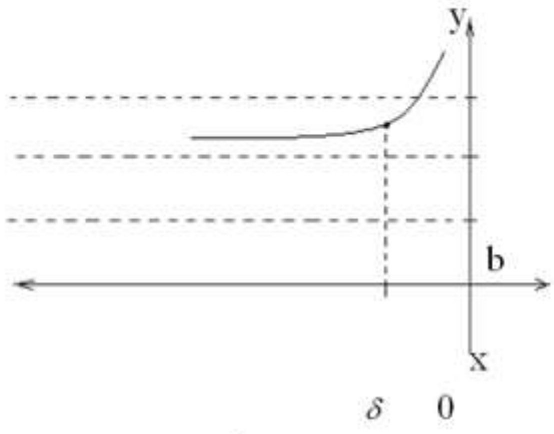
$X$ to'plam berilgan bo'lib, $\infty,(+\infty;-\infty)$ uning limit nuqtasi bo'lsin.

**4-ta'rif**. Agar har qanday $\varepsilon \succ 0$ son uchun shunday $\delta \succ 0$ son topilsaki, argument x ning $|x| \succ \delta(x \succ \delta; x \prec -\delta)$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha qiymatlarida $|f(x)-b| \prec \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, *b* son *f(x)* funksiyaning $x\to\infty(x\to+\infty, x\to-\infty)$ dagi limiti deb ataladi va

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = b\left(\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = b; \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = b\right)$ kabi belgilanadi. $x\to+\infty$ va $x\to-\infty$ hollar uchun ta'rifning geometrik talqinini 3 va 4 rasmlarda keltiramiz.




3-rasm




4-rasm

Rasmlardan ko'rinadiki $x\to+\infty$ yoki $x\to-\infty$ da y=f(x) funksiyaning grafigi $y=b-\varepsilon$ va $y=b+\varepsilon$ polosaga joylashadi.

4-misol. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sin x}{x} = 1$ ni isbotlang.

Yechish. Ixtiyoriy $\varepsilon \succ 0$ olamiz. Quyidagilarni qaraymiz:

$$|f(x)-1|=\left|\frac{x+\sin x}{x}-1\right|=\left|\frac{\sin x}{x}\right|=\frac{|\sin x|}{|x|}\le\frac{1}{1x1}=\frac{1}{x},$$ chunki $|\sin x|\le 1, x\succ 1$ uchun $|x|=x$.

$\left|\frac{x+\sin x}{x}-1\right|\prec\varepsilon$ bo'lishi uchun $\frac{1}{x}\prec\varepsilon$ bo'lishi yetarli. Bu esa $x\succ\frac{1}{\varepsilon}=\delta$ ni qanoatlantiruvchi x lar uchun bajariladi. Demak, har qanday $\varepsilon\succ 0$ uchun shunday $\delta=\frac{1}{\varepsilon}$ topiladiki, barcha $x\succ\delta$ uchun $\left|\frac{x+\sin x}{x}-1\right|\prec\varepsilon$ o'rinli bo'ldi. Bu esa $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+\sin x}{x}=1$ ekanligini bildiradi.

**Chekli limitga ega bo'lgan funksiyalar ustida amallar.**

*X* to'plam berilgan bo'lib a uning limit nuqtasi bo'lsin. Bu to'plamda *f(x)* va *g(x)* funksiyalar aniqlangan bo'lsin.

1°. Agar $x\to a$ da *f(x)* va *g(x)* funksiyalar limitga ega bo'lsa *f(x)* ± *g(x)* funksiyalar ham limitga ega bo'ladi va

$$\lim_{x\to a}[f(x)\pm g(x)]=\lim_{x\to a}f(x)\pm\lim_{x\to a}g(x);$$

$$\lim_{x\to a}f(x)\cdot g(x)=\lim_{x\to a}f(x)\cdot\lim_{x\to a}g(x).$$

Natija. $\lim\limits_{x\to a}\kappa f(x)=\kappa\lim\limits_{x\to a}f(x)$

2°. Agar $x\to a$ da *f(x)* va *g(x)* *f(x)* va *g(x)* funksiyalar limitga ega bo'lib $\lim\limits_{x\to a}g(x)\neq 0$ bo'lsa $\frac{f(x)}{g(x)}$ funksiya ham limitga ega va $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim\limits_{x\to a}f(x)}{\lim\limits_{x\to a}g(x)}$.

5-misol. $f(x)=x^4+3x^2+4$ funksiyaning x→2 dagi limitini toping.

Echish. 1° ni qo'llab topamiz:

$$\lim_{x\to 2}(x^4+3x^2+4)=\lim_{x\to 2}x^4+\lim_{x\to 2}3x^2+\lim_{x\to 2}4=\left[\lim_{x\to 2}x\right]^4+3\left[\lim_{x\to 2}\right]^2+\lim_{x\to 2}4=2^4+3\cdot 2^2+4=32$$

6-misol. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+3x+2}{x^2+2x+5}$ limitni hisoblang.

Yechish. 1° va 2° xossalarga ko'ra hisoblashni bajaramiz

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2 3x+2}{x^2+2x+5}=\frac{\lim\limits_{x\to 1}(x^2+3x+2)}{\lim\limits_{x\to 1}(x^2+2x+5)}=\frac{\lim\limits_{x\to 1}x^2+3\lim\limits_{x\to 1}x+\lim\limits_{x\to 1}2}{\lim\limits_{x\to 1}x^2+2\lim\limits_{x\to 1}x+\lim\limits_{x\to 1}5}=\frac{6}{8}$$

7-misol. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{a_o x^\kappa+a_1 x^{\kappa-1}+...+a_\kappa}{b_o x^p+b_1 x^{p-1}+...+a_p}$ limitni hisoblang.

Echish. Bu ko'rinishdagi limitlarni hisoblashda quyida hollar bo'lishi mumkin.

a) $\kappa \succ p$. Bu holda berilgan limit $\infty$ ga teng.

b) $\kappa = p$. Bu holda u limit $\frac{a_o}{b_o}$ ga teng.

d) $\kappa \prec p$. Bu holda limit 0 ga teng bo'ladi. Limitlarni hisoblashda 1° va 2° xossalarni tadbiq qilib bo'lmaydigan xollar ro'y berganda limiti hisoblanishi kerak bo'lgan ifodani aynan shakl almashtirishlar orqali soddalashtirilib so'ngra 1° va 2° xossalar qo'llaniladi. Bu aniqmasliklarni ochish deyiladi.

**Cheksiz limitlar.**

$X$ haqiqiy sonlar to'plami berilgan bo'lib, $a$ nuqta uning limit nuqtasi bo'lsin. Bu to'plamda $f(x)$ funksiya berilgan deylik.

**5-ta'rif.** Agar har qanday $\varepsilon \succ 0$ son uchun shunday $\delta \succ 0$ son topilsaki, argument x ning $0 \prec |x-a| \prec \delta$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha qiymatlarida $|\ f(x) > \varepsilon\ (f(x) > \varepsilon,\ f(x) > -\varepsilon|$ bo'lsa, $f(x)$ funksiyaning a nuqtadagi ($x \to a$ dagi) limiti $\infty(+\infty;-\infty)$ deyiladi.

8-misol. $f(x) = \frac{1}{x-1}$ funksiya uchun x→1 da $f(x) \to \infty$ bo'lishi ko'rsating.

Yechish. Har qanday $\varepsilon \succ 0$ uchun $\delta = \frac{1}{\varepsilon}$ deb olinsa u holda $0 \prec |x-1| \prec \delta$ tengsizlikning bajarilishidan $|f(x)| = \left|\frac{1}{x-1}\right| \succ \varepsilon$ tengsizlik kelib chiqadi. Demak, $\lim\limits_{x \to 1} \frac{1}{x-1} = \infty$.

**6-ta'rif.** Agar $x \to a$ da $f(x)$ funksiyaning limiti, $\infty(0)$ ya'ni $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$ bo'lsa, $f(x)$ funksiya $x \to a$ da cheksiz katta (cheksiz kichik) funksiya deb ataladi, masalan, $f(x) = \frac{1}{x}$ funksiya $x \to 0$ da cheksiz katta funksiya bo'ladi, $f(x)=\sin x$ funksiya $x \to 0$ da cheksiz kichik, chunki $\lim\limits_{x \to 0} \sin x = 0$.

Xuddi ketma-ketliklarda ko'rganimizga o'xshash $f(x)$ cheksiz katta funksiya bo'lsa $\frac{1}{f(x)}$ cheksiz kichik funksiya bo'ladi.

**Ajoyib limitlar**

Funksiyalarning limitlarini hisoblashda muhim tadbiqlarga ega bo'lgan ikkita ajoyib limitlarni qaraymiz.

1-ajoyib limit: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Biz bu limitning geometrik talqinini ko'ramiz. $y=\sin x$ va $y=x$ funksiyalarning grafiklari ma'lum. O nuqtaning atrofida ular o'zlarini bir xilda olib boradi va u funksiyalarning qiymatlari nisbati 1 ga teng bo'lib qoladi. 1 ning limiti 1 ga teng.

2-ajoyib limit: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$.

3-ajoyib limit: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e$

4-ajoyib limit: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x} = \ell na$

5-ajoyib limit: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x)^\alpha-1}{x} = \alpha$

Tabiatning turli xil hodisalarini va texnik masalalarni yechish jarayonida shuningdek matematikada ham bir miqdorni o‘zgarishini boshqa miqdorning o‘zgarishiga bog‘liqligini o‘rganishga to‘g‘ri keladi. Masalan harakatni o‘rganish jaroyonida bosib o‘tilgan yo‘l vaqt o‘zgarishiga bog‘liq o‘zgarib turadigan o‘zgaruvchi sifatida qaraladi va h.k. Limitlar bizga ana shunday jarayonlarda ham asqotadi.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Azlarov T „ Mansurov H. Matematik analiz, 2-qism. Toshkent, « O‘zbekiston», 1995.

2. Azlarov T., Mansurov H. Matemalik analiz asoslari, l-qism, Toshkent, 2005;

3. Azlarov T., Mansurov H. Matematik analiz, I -qism. Toshkent, « O‘qituvchi», 1994.

4. Sa’dullayev A. Mansurov X. Xudoyberdiyev G. Vorisov A. Gulomov R. “Matematika analiz kursidan misol va masalar to‘plami” T. I, II Toshkent, “O‘zbekiston” 1993, 1995

5. B. P. Demidovich, “Сборник задач и упражненый по маткматическому анализу. Наука 1977.

6. G. M. Fixtengols, “Matematik analiz asoslari” I tom. ”O’qituvchi” Toshkent 1970.

7. A. Sa’dullayev, “Matematik analiz kursidan misol va masalalar to’plami” 1-qism. ”O’zbekiston” 1993.

8. Soatov Y.U. «Oliy matematika», I, II jildlar, Toshkent, O'qituvchi, 1992 y.

9. Nazarov R.N., Toshpolatov B.T., Dusumbetov A.D. «Algebra va sonlar nazariyasi», I qism, Toshkent, O’qituvchi, 1993 y.

10. Xudayberganov G., Varisov A., Mansurov H. Matematik analiz. 1- va 2-qismlar. Qarshi, «Nasaf», 2003.