6 – TOM 10 – SON / 2023 - YIL / 15 - OKTYABR

ALGEBRAIK TENGLAMALAR SISTEMALARINI GEOMETRIK USULDA YECHISH

Shoira Qurbonaliyeva Maxmanazarovna
SamDCHTI akademik litseyi matematika fani bosh o'qituvchisi,
Sarmanova Kamola Bektosh qizi
Ozbekiston Milliy universiteti matematika fakulteti magistranti

Maqolada ba'zi bir algebraik tenglamalar sistemalari geometrik usulda yechib ko'rsatilgan.

Tayanch so'zlar: *Tenglama, tenglamalar sistemasi, ildiz, uchburchak, balandlik, sfera, koordinatalar sistemasi.*

In clause some tasks till algebraic systems the equation is decided(solved) is shown with geometrical methods.

Key words: *The equation, system the equation, root, triangle, height, sphere, systems of coordinates.*

В статье некоторые задачи по алгебраические системы уравнение решено показано с геометрическими методами.

Ключевые слова: *Уравнение, системы уравнение, корень, треугольник, высота, сфера, системы координат.*

2022 — 2026-yillarga mo'ljallangan Yangi O'zbekistonning Taraqqiyot strategiyasida maktab o'quvchilarining bilimi va ko'nikmalarini shakllantirish, ularni milliy hamda umuminsoniy qadriyatlarga sodiqlik ruhida tarbiyalash, o'qituvchi kasbi nufuzini va pedagoglarning sifat tarkibini oshirish, darsliklar va o'quv metodik majmualarni zamon talablari asosida takomillashtirish, maktab ta'limi muassasalarining xalqaro standartlarga javob beradigan zamonaviy modellarini barpo etish maqsad qilib qo'yilgan.

Shuningdek, maktab ta'limini rivojlantirish bo'yicha milliy dasturning asosiy yo'nalishlari etib maktab ta'limiga ilg'or xalqaro tajribalar asosida ishlab chiqilgan Milliy o'quv dasturini to'laqonli joriy etish hamda mahalliy va xorijiy mualliflar tomonidan yaratilgan zamonaviy darsliklarni amaliyotga kiritish, o'qituvchilarning yoshlarga ta'lim va tarbiya berishdagi mas'uliyatini, doimiy kasbiy rivojlanishdagi talabchanligini oshirish, o'quvchilarning bo'sh vaqtlarini mazmunli tashkil etish, ularni kasblarga yo'naltirish tizimini takomillashtirish maqsadidan kelib chiqqan holda davlatimiz biz o`qituvchilarga ta'lim berishning yangi usullarini ishlab chiqish, fanlararo bog'lanishni kuchaytirish, ijodkor va erkin, hamda har tomonlama mustaqil fikrlay oladigan raqobatbardosh yoshlarni tarbiyalashdek dolzarb vazifalarni yuklaydi.

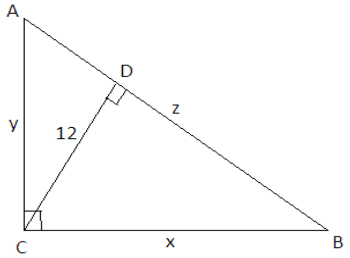
Biz ushbu ilmiy-uslubiy maqolamizda ba'zi bir algebraik tenglamalar sistemasini geometrik shakllarning xossalaridan foydalanib yechish metodlarini ko'rsatib o'tmoqchimiz. Bunda tavsiya etilayotgan masalalarning ko'pchiligi matematika fanidan respublikamizning turli bosqich olimpiadalari masalasi sifatida keltirilganligi bois, ushbu usullardan dars davomida, ayniqsa, matematik to'garaklarda, o'quvchilarni matematik olimpiadalarga tayyorlashda foydalanilsa yanada yaxshiroq samara beradi degan umiddamiz.

Geometrik bo'lmagan masalalarni geometrik usulda yechish o'quvchilarda quyidagi ko'nikmalarni shakllantiradi: fanlararo bog'liqlikni teran tushunib yetadi, ilmiy tafakkuri, dunyoqarashi hamda ijodiy ishlash ko'nikmasi shakllanadi.

Biz quyida ba'zi algebraik tenglamalar sistemasini geometrik usulda yechish algebraik usulda yechishga qaraganda birmuncha qulay bo'lishini ko'rsatib o'tamiz.

1-masala. Tenglamalar sistemasini yeching $\begin{cases} x+y+z=60 \\ x^2+y^2=z^2 \\ \dfrac{xy}{z}=12 \end{cases}$

Yechimi. 1) Aytaylik *x, y, z* - musbat sonlar bo'lsin. Katetlari *x, y* va gipotenuzasi *z* bo'lgan ABC - uchburchakni yasab olamiz.



Bu uchburchakning perimetri 60 ga, gipotenuzaga tushirilgan balandligi 12 ga teng. Sistemadagi 1-tenglamadan $(x+y)^2=(60-z)^2$, sistemaning 2- va 3-tenglamalaridan esa $(x+y)^2=z^2+24z$ tenglamalarni hosil qilamiz. Bu ikkita tenglamaning chap qismlari tengligidan

$(60-z)^2=z^2+24z \Rightarrow 144z=60^2 \Rightarrow z=25$ ekanligini topamiz. U holda,

$\begin{cases} x+y=35 \\ xy=300 \end{cases}$ bo'lib, bu noma'lumlarning qiymatlari 15 va 20 bo'ladi.

Sistemaning yechimi: (15,20,25) va (20,15,25) bo'ladi.

2) Masala shartida *x, y, z* - larning musbat yoki manfiyligi haqida hech narsa aytilmagan. Sistemadagi 3-tenglamadan aytaylik noma'lumlardan ikkitasi manfiy bo'lsin. $z>0$ ekanligiga biz yuqorida ishonch hosil qildik. U holda $x<0$ va $y<0$ bo'lishi kerak. $x+y=35$ ekanligidan x va y larning manfiy bo'lishi mumkin emas. Demak, javob: (15,20,25) va (20,15,25).

2-masala. Tenglamalar sistemasini yeching

$$\begin{cases} 3x+4y=26 \\ \sqrt{x^2+y^2-4x+2y+5}+\sqrt{x^2+y^2-20x-10y+125}=10 \end{cases}$$

Yechimi: Berilgan sistemadagi 2-tenglamaning chap qismini quyidagicha o'zgartirib olamiz. $\sqrt{x^2+y^2-4x+2y+5}=\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}$. Bu M(*x;y*) va A(2;-1) nuqtalar orasidagi masofani ifodalaydi.

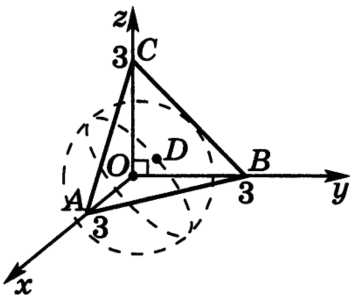
$\sqrt{x^2+y^2-20x-10y+125}=\sqrt{(x-10)^2+(y-5)^2}$. Bu ifoda esa M(*x;y*) va B(10;5) nuqtalar orasidagi masofani ifodalaydi.

A(2;-1) va B(10;5) nuqtalar orasidagi masofa esa 5 ga teng bo'ladi. Demak, sistemadagi 2-tenglamani geometrik tarzda AM+BM=AB deb olishimiz mumkin. Bunda M nuqta AB kesmaga tegishli bo'lishi uchun uning koordinatalari $2\le x\le 10$ va $-1\le y\le 5$ oraliqlarda bo'lishi lozim.

A(2;-1) va B(10;5) nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi *3x-4y=10* ko'rinishda bo'ladi. U holda berilgan tenglamalar sistemasiga teng kuchli quyidagi tenglamalar sistemasini yozamiz: $\begin{cases}3x+4y=26\\3x-4y=10\end{cases}$. Bu tenglamalar sistemasini yechib *x*=6 va *y*=2 yechimlarni topamiz. Javob: (6;2)

3-masala. Tenglamalar sistemasini yeching. $\begin{cases}x+y+z=3\\x^2+y^2+z^2=3\end{cases}$

Yechimi. *x+y+z=3* tenglama bilan berilgan tekislik to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasi o'qlarini mos ravishda A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3) nuqtalarda kesib o'tadi.



$x^2+y^2+z^2=3$ esa markazi O(0;0;0) nuqtada va radiusi r=$\sqrt{3}$ bo'lgan sfera tenglamasini ifoda qiladi. O nuqtadan ABC uchburchak tekisligigacha bo'lgan masofani aniqlaymiz. Buning uchun OABC piramidani qaraymiz.

Ma'lumki, piramidaning hajmi $V=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}\cdot H$ formula yordamida topiladi, bunda H=OD (D – ABC uchburchak markazi). Bunga ko'ra, piramidaning hajmi $V=\frac{1}{3}\cdot\frac{(3\sqrt{2})^2\cdot\sqrt{3}}{4}\cdot H=\frac{3H\sqrt{3}}{2}$ ekanini topamiz. Ikkinchi tomondan bu piramidaning hajmi $V=\frac{1}{3}S_{\Delta OAB}\cdot CO=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 3^2\cdot 3=\frac{9}{2}$ bo'ladi. Bu ikkala tengliklardan $\frac{3H\sqrt{3}}{2}=\frac{9}{2}$, $H=\sqrt{3}$ natijani olamiz. Bundan shuni aniqlaymizki, O nuqtadan ABC uchburchak tekisligigacha bo'lgan masofa OD=$\sqrt{3}$ bo'lib, sfera D nuqtada ABC –

uchburchak tekisligiga urinadi. Demak, berilgan tenglamalar sistemasi yagona ildizga ega bo'ladi. Bu yechim D(*x;y;z*) nuqtaning koordinatalaridan iborat bo'ladi. D nuqta ABC muntazam uchburchakning og'irlik markazi bo'lganligi bois, *x=y=z=1* bo'ladi. U holda, javob: (1;1;1) bo'ladi.

4-masala. Tenglamalar sistemasini yeching $\begin{cases} x^2+y^2+xy+yz=0 \\ x^2+x+y+2yz=0 \\ 3x^2+8y^2+8xy+8yz-2x-4z=2 \end{cases}$

Yechimi: Berilgan sistemani quyidagicha yozib olamiz:

$$\begin{cases} x(x+y)+y(y+z)=0 \\ x(x+1)+y(2z+1)=0 \\ 4(x+y)^2+4(y+z)^2=(x+1)^2+(2z+1)^2 \end{cases}$$

Quyidagi vektorlarni qaraymiz: $\overline{a}(x;y)$, $\overline{b}(x+y;y+z)$, $\overline{c}(x+1;2z+1)$. Sistemadagi 1-tenglamadan $\overline{a}\cdot\overline{b}=0$, 2-tenglamadan $\overline{a}\cdot\overline{c}=0$ ekanligini aniqlaymiz. 3-tenglamadan esa $4\cdot\overline{b}^2=\overline{c}^2$ bo'lishi ma'lum.

Agar $\overline{a}=\overline{0}$ bo'lsa, *x=y*=0 bo'ladi, u holda 3-tenglamadan $z=-\frac{1}{2}$ ekanini topamiz.

Agar $\overline{a}\neq\overline{0}$ bo'lsa, $\overline{b}$ va $\overline{c}$ vektorlar kollinear, ya'ni $\overline{c}=2\overline{b}$ yoki $\overline{c}=-2\overline{b}$ bo'ladi.

1) Agar $\overline{c}=2\overline{b}$ bo'lsa, *x+1=2(x+y)* va *2z+1=2(y+z)*. Bu tenglamalardan quyidagi natijalarni olamiz: $y=\frac{1}{2}$, $x=0$, z - ixtiyoriy son. Ammo berilgan tenglamalar sistemasini faqat $y=\frac{1}{2}$, $x=0$, $z=-\frac{1}{2}$ yechim qanoatlantiradi.

2) Agar $\overline{c}=-2\overline{b}$ bo'lsa, *x+1=-2(x+y)* va *2z+1=-2(y+z)*. Bu tenglamalardan quyidagi natijalarni olamiz:

$$y=-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2},\ z=\frac{3}{4}x,\ x \text{ - ixtiyoriy son.}$$

Berilgan tenglamalar sistemasidagi 1-tenglama bu shartni qanoatlantirmaydi, ya'ni bu holda sistema yechimga ega bo'lmaydi. Demak javob: $\left(0;0;-\frac{1}{2}\right)$, $\left(0;\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

O`zingizni sinab ko`ring va olgan bilimingizni mustahkamlang:

1) Tenglamalar sistemasini yeching. $\begin{cases} x+y+z=30 \\ x^2+y^2=z^2 \\ xy=6z \end{cases}$

2) Agar *x>0, y>0, z>0* sonlari uchun $x^2+xy+\frac{y^2}{3}=25$, $\frac{y^2}{3}+z^2=16$, $z^2+zx+x^2=9$ tengliklar o'rinli bo'lsa, *M=xy+2yz+3xz* ifodaning qiymatini toping.

3) Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x + y^2 + z^3 = 2 \\ x^2 + y^3 + z^4 = 4 \\ x^3 + y^4 + z^5 = 8 \end{cases}$$, bu yerda x>0, y>0, z>0.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. I.Isroilov, Z.Pashayev. Geometriya, I qism. T., “O’qituvchi”, 2004.
2. I.Isroilov, Z.Pashayev. Geometriya, II qism. T., “O’qituvchi”, 2005.
3. G.N.Yakoblev, L.P.Kupsov i dr. Vserossiyskiye matematicheskiye olimpiadi shkolnikov. M., “Prosveshiyeniye”, 1992.
4. Shestakov S.A. Vektori na ekzamenax. Vektorniy metod v stereometrii.— M.: MSNMO, 2005.— 112 s.
5.«Fizika, Matematika va Informatika» ilmiy-uslubiy jurnal, Toshkent, “Sharq”, 2008yil №3 va 2015 yil, №2.
6. Genkin G. 3. Geometricheskiye resheniya negeometricheskix zadach: kn. dlya uchitelya. — M. : Prosvesheniye, 2007. — 79 s.