6 – TOM 4 – SON / 2023 - YIL / 15 - APREL

ANIQLANMAGAN ORALIQLARDA TRIGONOMETRIC TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI

https://doi.org/10.5281/zenodo.7831256

Soliyeva Feruza Ravshanbek qizi
Andijon davlat universiteti talabasi

Annotatsiya: *Bu maqolada aniqlanmagan oraliqda trigonomertik tenglamalarni kompleks yechimlari haqida so`z boradi. Ya'ni bizga triganometrik funksiyalar xususan Sin(x) va Cos(x) ko'rinishdagi tenglamalar [-1;1] oraliqda bo'lmasa yechim mavjud emas deb o'rgatilgan. Lekin bu maqolada Sin(x) ning qiymatlar sohasi [-1; 1] oraliqdan tashqari holatlarni qabul qilishi va ular kompleks ko`rinishda bo`lishini ko`rib chiqamiz***.**

**Kalit so`zlar:** *Kompleks son, trigonimetrik tenglama , tenglamalar sistemasi, qiymatlar soha, kompleks sonning eksponensial ko`rinish, vertikal o`q, gorizontal o`q, kompleks tekislik, natural logorifm, kompleks sonning mavhum va haqiqiy qismlari, Re(z), Im(z).*

Bu mavzuni boshlashda biz uchraydigan mavzular haqida gapiradigan bo`lsak, dastlab biz kompleks sonlar haqida umumiy tushunchalarga ega bo`lishimiz kerak. Undan tashqari trigonomertik tenglama Sin(x) ning qiymatlar sohasi haqida so`z boradi.

Biz ko`rib chiqadigan tenglama bu Sin(x) = a aniqlanmagan oraliqda ya`ni

a ∉ [-1; 1] oraliqda yechim olish hisoblanadi. Demak birinchi ko`rib chiqadigan tushunchamiz bu kompleks sonlardir.

Bizga z = a+ib ko`rinishda kompleks son berilgan bo`lsin. Uni trigonometrik ko`rinishga keltiraylik.

z = cosφ + i sinφ

Bu yerdan φ= x deb olib, z = cosx + i sinx qarashimiz mumkin. Endi kompleks sonning ko`rsatkichli ko`rinishidan foydalanadigan bolsak:

z = e^{ix};

z = cosx + i sinx;

Umumiy qilib aytganda ushbu holatdagi ifodalarga ega bo`lamiz. Bu ifodalarning teng kuchliligidan tenglikning chap tomonini tenglash orqali va x o`zgaruvchini manfiy qilish orqali quyidagi tenglamalar sisitemasiga ega bo`lamiz:

$$\begin{cases} e^{ix} = Cos(x) + iSin(x) \\ e^{-ix} = Cos(-x) + iSin(-x) \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasini ayrish orqali 2isin (x) = e^{ix}- e^{-ix} ifodaga ega bo`lamiz. Ya'ni bu bizga sin(x) = $\frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$ va sin(x) = a kabi ikki tenglikni hosil qilishimizga imkon yaratadi.

Bu ikki tenglikni tenglash orqali quyidagi ko`rsatkichli va kompleks son qatnashgan tenglamaga ega bo`lamiz:

$\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}$ = a

Bu tenglamadan x noma'lumni topishga harakat qilamiz. Buning uchun quyidagi amallarni bajarib o`tamiz:

e^{ix}- e^{-ix}= 2ia

e^{ix} = t ko`rinishidagi tenglik orqali ushbu soddaroq ko`rinishga ega bo`lamiz:

t - $\frac{1}{t}$ = 2ia

t^2-2iat-1 = 0

Bu kvadrat tenglamadan diskriminant orqali t_1, t_2 noma'lumlarni topamiz.

D = 4 - 4a^2

$t_{1;2}$=$\frac{2ia \pm 2\sqrt{1-a^2}}{2}$;

Ya'ni e^{ix} = ia $\pm\sqrt{1-a^2}$ ifoda hosil bo`ladi. Bu yechimni sodda holga keltirish maqsadida ikki tomonda natural logarifmni kiritadidan bo`lsak

$\ln e^{ix} = \ln(\mathrm{ia} \pm \sqrt{1-\mathrm{a}^2})$

ix = $\ln(\mathrm{ia} \pm \sqrt{1-\mathrm{a}^2})$

ix = $\ln(ia \pm \sqrt{(-1)(a^2-1)})$

Biz bilamizki, i komplesk sonning kavadrati (-1) ga teng

ix = $\ln(ia \pm i\sqrt{(a^2-1)})$

ix = $\ln i\left(a \pm \sqrt{a^2-1}\right)$

ix = $\ln i$+$\ln\left(a \pm \sqrt{a^2-1}\right)$

x = $\frac{\ln i+\ln\left(a\pm\sqrt{a^2-1}\right)}{i}$;

Bu kvadrat tenglamaning yechimida qatnashgan va biz uchun noma'lum bo'lgan $\ln i$ kompleks sonning natural logorifmini hisoblashga o'tamiz.

Bizda i komplesk son hisoblanadi. z = i ikki tarafiga ln natural logarifmni kiritsak $\ln i = \ln z$ umumiy ko`rinishda esa $\ln z = \ln r + i\varphi$ ifodalanadi.

Buning isboti:

z = $e^{i\varphi} * r$ ko 'rinish kompleks sonning eksponensial ko'rinishi ekanligi ma'lum bo'lsa,uning ikki tarafiga ham natural logarimfni kiritadigan bo'lsak,

z = $e^{i\varphi} * r$

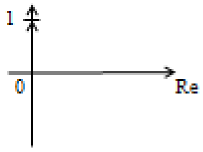
$$\ln z = \ln r + \ln e^{i\varphi}$$

$\ln e = 1$ ga bundan ko 'rinadiki:

$\ln z = \ln r + i\varphi$;

Endi biz uchun noma'lum bo 'lgan kompleks sonning moduli r va φ burchakni topish uchun z = i kompleks sonni koordinata o 'qida tasvirlaydigan bo'lsak, bu yerda haqiqiy qismi ya'ni Re(z) qismi 0 ga va mavhum qismi ya'ni Im(z) qismi 1 ga teng;

Im



Ma'lumot sifatida aytish mumkinki, kompleks sonlarning nuqtalar to'plami tekislikni hosil qiladi.

Yuqoridagi ko'rinishda vertikal o'qda kompleks sonning haqiqiy qismini, gorizontal o'qni esa mavhum qismi bilan belgilanadi.

Re(z)=0

Im(z)=1

Bu yerda r ya'ni kompleks sonning moduli r = $|z| = \sqrt{(Re(z))^2 + (Im(z))^2}$ ekanligidan r =1 ekanligi va orasidagi burchak $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ekanligi ma'lum bo'lsa, endi dastlabki

$\ln z = \ln r + i\varphi$

tenglikka qaytadigan bo'lsak:

$\ln i = \ln 1 + \frac{\pi}{2}$ i; ln1=0

bundan ko 'rinadiki, $\ln i = \frac{\pi}{2}$ i qiymatga ega bo'lamiz.

Dastlabki hosil qilgan yechimga qaytadigan bo'lsak,

$$x = \frac{\ln i + \ln\left(a \pm \sqrt{a^2-1}\right)}{i} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{i}\ln\left(a \pm \sqrt{a^2-1}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{2} \pm i\ln\left(a \pm \sqrt{a^2-1}\right);$$

tenglikka ega bo'lamiz.

Biz ko'rishimiz kerak bo'lgan asosiy holat shundan iboratki, aniqlanmagan oraliqda trigonomertik tenglamalar asosan biz ko'rib chiqqan Sin(x) = a trigonomertik tenglamada x ning qabul qiladigan qiymati yuqorida keltirib chiqarilgan kompleks ko'rinishdagi qiymatlarni ham qabul qila oladi.Yuqoridagilardan hulosa qilib aytish mumkinki aniqlanmagan oraliqlarda ham tenglamaning yechimini topish mumkin ekan. Aynan biz mavjud emas deb qarayotgan tenglamalarning yechimlari aslida mavjud va kompleks yechimlar oilasiga mansub desak mubolag'a bo'lmaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Actionable Recourse in Linear Classification(2019)
2. Ismoiljon Hayitaliyev- Butun va kasr sonlar(qo'lyozma).
3. Mihaly Bencze - Tengsizliklar(qo'lyozma), 1982.
4. "Oktogon" matematik jurnali to'plami(1993-2006).