4 – SON / 2022 - YIL / 15 - DEKABR

GEOMETRIK,FIZIK,IQTISODIY MAZMUNLI EKSTREMAL MASALALARNI YECHISHDA DIFFERENTIAL HISOB USULLARI.

Karimova Durdona Bekberganovna
Matkarimova Sharofat

Anotatsiya : *Ushbu maqolada differential tenglamalar yechish usullari va ularni o'rgatish usullari ,hisoblashning oson usullari haqida fikr yuritiladi .*

Annotation: *Three articles discuss methods of solving differential equations and methods of teaching them, easy methods of calculation.*

Аннотация: *В трех статьях рассматриваются методы решения дифференциальных уравнений и методы их обучения, простые методы расчета.*

Kalit so'zlar: *Pikar teoremasi, Koshi masalasi, oshkormas yechimi, hususiy yechimi, Peano teoremasi*

Kirish qismi:

Ma'lumki, matematika o'qitish metodikasi fani pedagogika fanining ma'lum bir bo'limi bo'lib, u matematika fanini o'qitish qoidalarini o'rganish bilan shug'ullanadi. Matematika o'qitish metodikasi matematika fanini o'qitish qonuniyatlarini o'rganish jarayonida pedagogika, mantiq, psixologiya, matematika, lingvistika va falsafa fanlari bilan uzviy aloqada bo'ladi. Boshqacha aytganda, maktabda matematika o'qitish muammolari mantiq, psixologiya, pedagogika, matematika va falsafa fanlari bilan uzviy bog'liqlikda hal qilinadi. Matematika o'qitish metodikasining metodologik asosi bilish nazariyasiga asoslangandir. Matematika metodikasi fani matematik ta'limning maqsadi, mazmuni, formasi, uslubi va uning vositalarini dars jarayoniga tatbiqiy qonuniyatlarini o'rganib keladi. Matematika fani fizika, chizmachilik, kimyo va astronomiya fanlari bilan ham uzviy aloqada bo'ladi. Matematika fanining boshqa fanlar bilan uzviy aloqasi quyidagi ikki yo'l bilan amalga oshiriladi: 1) matematika tizimining butunligini buzmagan holda qo'shni fanlaming dasturlarini moslashtirish; 2) boshqa fanlarda matematika qonunlarini, formulalarini teoremalami o'rganish bilan bog'liq bo'lgan materiallardan matematika kursida foydalanish. Hozirgi vaqtda matematika dasturini boshqa fanlar bilan moslashtirish masalasi ancha muvaffaqiyatli hal qilingan. Masalan, funksiyalar va ularni grafik tasvirlash haqida fizikada foydalaniladigan ba'zi ma'lumotlami o'quvchilar VII sinfdan boshlab o'rgana boshlaydilar. VIII sinfda beriladigan geometrik yasashlarga doir ko'p bilimlar chizmachilik fani uchun boy material bo'ladi, chizmachilikning vazifasi bu bilimlarni turli chizmachilik ishlarini bajartirish yo'li bilan puxtalashdan iboratdir.

Asosiy qism:

Tarif. Erkli o'zgaruvchilar, ularning noma'lum funksiyasi (yoki funksiyalari) va noma'lum funksiyaning hosilasi qatnashgan tenglik **differensial tenglama** deyiladi. Agar differensial tenglamada erkli o'zgaruvchi bitta bo'lsa u oddiy differensial tenglama deyiladi. Erkli o'zgaruvchilar soni ikkita va undan ortiq bo'lsa u **hususiy hosilali differensial tenglama** deyiladi. Differensial tenglamada qatnashgan noma'lum funksiya hosilasining eng yuqori tartibi **tenglama tartibi**ni belgilaydi.

Misollar.

$y'' + y = 0$ – 2-tartibli oddiy differensial tenglama

$u_x + u_y = 0$ – 1-tartibli hususiy hosilali differensial tenglama

$u_{xx} + u_{xy} = 0$ – 2-tartibli hususiy hosilali differensial tenglama

Hosilaga nisbatan yechilgan birinchi tartibli oddiy differensial tenglama quyidagi korinishga ega:

$$y' = f(x, y). \qquad (1)$$

$f(x, y)$ funksiya $\Gamma \subset R^2$ sohada aniqlangan bo'lsin. Γ sohaning Ox o'qidagi proeksiyasi I intervaldan iborat bo'lsin.

Ta'rif. Agar I intervalda aniqlangan $y = y(x)$ funksiya (1) tenglamani shu intervalda ayniyatga aylantirsa, ya'ni $y'(x) \equiv f\big(x, y(x)\big), x \in I$ ayniyat o'rinli bo'sa, u holda $y = y(x)$ funksiya I intervalda (1) **tenglamaning yechimi** deb ataladi. (1) tenglamaning har bir yechimining grafigi bu tenglamaning **integral chizig'i** deyiladi.

Misollar. 1. $y' = 2x$ tenglama uchun $\Gamma = R^2$. $y = x^2$ funksiya $R = (-\infty, +\infty)$ to'plamda bu tenglamani yechimi bo'ladi.

2. $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ tenglama uchun $\Gamma = \{(x, y): -1 < x < 1, -\infty < y < \infty\}$. $y = \arcsin x + 1$ funksiya $I = (-1, 1)$ intervalda bu tenglamaning yechimi bo'ladi.

(1) tenglamaning yechimi oshkormas funksiya ko'rinishida bo'lishi ham mumkin. $\Phi(x, y) = 0$, oshkorm as funksiyadan $y' = -\frac{\Phi_x(x,y)}{\Phi_y(x,y)}$ ni topamiz. Demak

$$-\frac{\Phi_x}{\Phi_y} \equiv f(x, y) \qquad (2)$$

ayniyat o'rinli bo'lsa, $\Phi(x, y) = 0$ funksiya (1) tenglamaning **oshkormas yechimi** deb ataymiz.

Misol. $y' = \frac{x+y(x^2+y^2-1)}{-y+x(x^2+y^2-1)}$ tenglamani $x^2 + y^2 - 1 = 0$ oshkormas funksiya (markazi koordinatalar boshida bo'lgan radiusi 1 ga teng aylana) yechimi bo'lishini ko'rrsataylik: $\Phi_x = 2x$, $\Phi_y = 2y$. Bularni (2) ga qo'ysak $-\frac{2x}{2y} \equiv \frac{x+y\cdot 0}{-y+x\cdot 0}$ ayniyatga ega bo'lamiz. Demak berilgan tenglama $x^2 + y^2 - 1 = 0$ oshkormas yechimga ega ekan.

Differentsial tenglama yechimi parametrik ko'rinishda hosil bo'lishi ham mumkin.

$$x = \varphi(t), y = \psi(t) \qquad (3)$$

parametrik funksiya uchun

$$\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)} \equiv f\big(\varphi(t), \psi(t)\big) \qquad (4)$$

ayniyat intervalda o'rinli bo'lsa (3) funksiyani (1) tenglamaning **parametrik yechimi** deymiz.

Misol. $x = a\cos t\,, y = b\sin t$ parametrik funksiya (ellips) $y' = -\frac{b^2x}{a^2y}$ differensial tenglamaning yechimi bo'ladi. Haqiqatdan ham

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b\cos t}{a\sin t} \equiv -\frac{b^2 a\cos t}{a^2 b\sin t}$$

munosabat (4) ayniyat to'g'riligini ko'rsatadi.

(1) tenglamaning

$$y(x_0) = y_0 \qquad (5)$$

boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini topish masalasi – **Koshi masalasi** deyiladi. Bunda x_0, y_0 boshlang'ich berilganlar (qiymatlar) deb ataladi. Koshi masalasining geometrik ma'nosi – (1) tenglamaning (x_0, y_0) nuqtadan o'tuvchi integral chizig'ini topishdan iborat. (1) tenglamaning faqat bitta integral chizig'i otadigan R^2 tekislikning nuqtalaridan iborat to'plamni D orqali belgilaylik.

Ta'rif. Agar birinchidan

$$y = \varphi(x, C) \qquad (6)$$

bir parametrli chiziqlar oilasining har bir chizig'i (1) tenglamaning integral chizig'idan iborat bo'lsa, ikkinchidan ihtiyoriy $(x, y) \in D$ nuqtada nuqtada (6) tenglamani C ga nisbatan bir qiymatli yechish mumkin bo'lsa, u holda (6) chiziqlar oilasi (1) tenglamaning **umumiy yechimi** deyiladi.

$y = \varphi(x, C)$ chiziqlar oilasining differensial tenglamasini tuzish uchin

$$\begin{cases} y = \varphi(x, C), \\ y' = \varphi'(x, C) \end{cases}$$

sistemadan C ni yo'qotish kerak.

Misol. 1. $y = \sin(x + C)$ chiziqlar oilasining differensial tenglamasini tuzaylik.

$$\begin{cases} y = \sin(x + C), \\ y' = \cos(x + C) \end{cases}$$

Sistemadan ${y'}^2 + y^2 = 1$ differensial tenglamani hosil qilamiz.

2. $y' = y\,\mathrm{ctg}\,x\,, y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2$ – Koshi masalasini yechamiz. Berilgan tenglamaning umumiy yechimi $y = C\sin x$ chiziqlar oilasidan iborat. $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{C}{2} = 2$ tenglikdan masalaning yechimini aniqlaymiz: $y = 4\sin x$.

Ta'rif. Agar (1) tenglamaning $y = \varphi(x)$ integral chizigi'ining barcha nuqtalarida Koshi masalasi yagona yechimga ega bo'lsa $y = \varphi(x)$ funksiya (1) tengla`maning **hususiy yechimi** deyiladi.

Agar (1) tenglamaning $y = \varphi(x)$ integral chizigi'ining barcha nuqtalarida Koshi masalasi kamida ikkita yechimga ega bo'lsa $y = \varphi(x)$ funksiya (1) tenglamaning **mahsus yechimi** deyiladi.

Differensial tenglamaning barcha yechimlarini topish masalasi **differensial tenglamani integrallash** masalasi deb yuritiladi.

Koshi teoremasi. Agar $f(x,y)$ va $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ funksisyalar Γ sohada uzluksiz bo'lsa u holda har bir $(x_0, y_0) \in \Gamma$ nuqta uchun shunday $h > 0$ son topiladiki (1),(5) Koshi masalasining $I = \{x: |x - x_0| < h\}$ intervalda aniqlangan yechimi mavjud va yagona bo'ladi.

Ta'rif. Agar Γ sohada aniqlangan $f(x,y)$ funksiya uchun shunday $L > 0$ son topilsaki, Γ sohadan ihtiyoriy $(x, y_1), (x, y_2)$ nuqtalar olinganda ham

$$|f(x, y_1) - f(x, y_2)| < L|y_1 - y_2|$$

tengsizlik bajarilsa $f(x,y)$ funksiya bu sohada y bo'yicha **Lipshis shartini** qanoatlantiradi deymiz.

Pikar teoremasi. Agar $f(x,y)$ funksiya Γ sohada uzluksiz va y bo'yicha Lipshis shartini qanoatlantirsa u holda har bir $(x_0, y_0) \in \Gamma$ nuqta uchun shunday $h > 0$ son topiladiki (1),(5) Koshi masalasining $I = \{x: |x - x_0| < h\}$ intervalda aniqlangan yechimi mavjud va yagona bo'ladi.

Peano teoremasi. Agar $f(x,y)$ funksiya Γ sohada uzluksiz bo'lsa u holda har bir $(x_0, y_0) \in \Gamma$ nuqta uchun (1),(5) Koshi masalasining kamida bitta yechimi mavjud bo'ladi.

(1) tenglamaning **izoklina**si deb tekislikdagi shunday nuqtalarning geometrik o'niga aytiladiki, u nuqtalarda (1) differensial tenglamaning integral chiziqlariga o'tkazilgan urinmalar Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan bir hil burchak tashkil etadi. Ta'rifga ko'ra izoklina tenglamasi $f(x,y) = k,\ k - const$, ko'rinishda bo'ladi.

Xulosa qism:

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki,differensila tenglamalarni teorema ,tarif va hususiy yechimlarini ko'rib chiqdik.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Ismoiljon Hayitaliyev- Butun va kasr sonlar(qo'lyozma),2020.
2. Mihaly Bencze - Tengsizliklar(qo'lyozma), 1982.
3. "Oktogon" matematik jurnali to'plami(1993-2006).
4. Shokirova - Karrali va egri chiziqli integrallar(1992).