CHEKLI ELEMENTLAR USULI YORDAMIDA MODELLASHTIRISH.

Turdiyeva Shoira Rustamovna
Amaliy matematika va axborot texnologiyalari II kurs magistranti .

Annotatsiyasi: *Tadqiqot obyektlari: Jarqo'rg'on tuman binolar qurilishi sohalari.*

Kalit so'zlar: chekli *elementlar metodi, integral, funksiya, approksimatsiya, differensial, hosila, chegara, matritsa.*

Hech qachon o'tmishda yashama,
Lekin doimo o'tmishdan saboq olgin…
Jaloliddin Rumiy

Ishning maqsadi: Jarqo'rg'on tumanidagi qurilish sohasida chekli elementlar usuli bilan binoga ta'sir etuvchi kuchlarni hisoblash orqali faollashtirish yollari boyicha ilmiy, uslubiy va amaliy takliflar ishlab chiqishdan iborat. Zamonaviy 3dmax programmasi orqali mudofaa inshootlarini qayta tiklash

Tadqiqot metodlari: Dissertatsiya ishida ilmiy abstraksiya, tahlil va sintez, monografik kuzatish, taqqoslash, induksiya va deduksiya, statik guruhlash, tizimli tahlil, grafik ifodalash metodlaridan foydalanilgan.

Olingan natijalar va ularning yangiligi: Bajarilgan magistrlik dissertasiyasining amaliy ahamiyati shundaki, tadqiqot natijasida jamlangan ilmiy ma‟lumotlar, nazariy xulosalar va umumlashtirishlar Jarqo'rg'on tumanidagi qurilish sohalarini o'rganishda yordam beradi. arxeologiya yodgorliklar tarixini xolisona o'rganishga xizmat qiladi. Shuningdek, dissertasiya materiallaridan matematikaning amalda qo'llanilishida, o'quv qo'llanmalar tayyorlashda ham foydalanish mumkin. Ayni vaqtda ushbu magistrlik dissertasiyasini kelgusida doktorlik dissertasiyasi ishi sifatida tadqiq etish ham muhim amaliy ahamiyat kasb etadi.

Amaliy ahamiyati: Tadqiqot natijasida ishlab chiqilgan ilmiy taklif va amaliy tavsiyalar hududlarga qurilish sohalarini mustahkamlashda foydalanish mumkin.

Tadqiq etish darajasi va iqtisodiy samaradorligi: tadqiqot jarayonida ishlab chiqilgan xulosa va takliflar Surxondaryo viloyatida qurilish sohasida ishni unumli va mustahkam bajarilishini rivojlantirishda foydalanish.

Qo'llash sohasi: Surxondaryo (Jarqo'rg'on) xududidagi qurilish sohalari.

Ta'rixiy ma'lumotlar.

Fan va texnikada doimo murakkab geometrik shaklga va noregulyar fizik tuzilmaga ega tizimlar hisobi muammosiga to'qnash kelinadi. Zamonaviy kompyuterlar bunday hisoblarni taqribiy sonli usullar yordamida bajarish imkonini beradi. Ana shunday usullardan biri chekli elementlar usulidir. O'tgan asrning oxirgi yillariga kelib bu usul qo‘llanilishi jihatidan yetakchi o‘rinni egalladi va u o‘zining keng tadbiqini topdi.

Chekli elementlar usuliga o‘xshash sxema dastlab matematik olim R.Kurantning ishlarida qaralgan. [1]. Fizik ma’nosini qo‘llab va uni «Chekli elementlar usuli» deb nomlab yozilgan dastlabki ish muhandislarga tegishli [2,3]. Keyinchalik bu usul va uning har xil modifikatsiyalariga bag‘ishlab juda ko‘plab maqolalar va kitoblar chop etildi. Bular haqida adabiyotlar ro‘yxatini, masalan, [4] dan olish mumkin. Chekli elementlar usuli katta universal kompyuterlarda dasturlar paketi sifatida keng qo‘llanilib kelinmoqda.

Quyida chekli elementlar usulining mazmuni, asosiy ustunliklari va ba’zi kamchiliklariga to‘xtalamiz.

Chekli elementlar usulining g‘oyasi:

-vaznli tafovutlar usulida sodda sinov va vazn funksiyalardan foydalanish, ammo Ssohaning alohida qism sohalarida (chekli elementlarida), masalani yechish aniqligiga katta sondagi chekli elementlardan foydalanib erishish, bunda chekli elementlar sodda shaklda va ularda integrallarni hisoblash qiyinlik tug‘dirmasligi lozim.

Vaznli tafovutlar usulidan chekli elementlar usuliga o‘tishning matematik apparati global funksiyalar deb ataluvchi maxsus sinov funksiyalaridan foydalanishga asoslangan. Bu funksiyalar quyidagi xossalarga ega:

-approksimatsiya tugunlarida funksiyalarning qiymati birga teng;

-approksimatsiya tugunlarini o‘z ichiga olgan chekli elementlardagina noldan farqli, butun sohaning qolgan barcha nuqtalarda esa nolga teng.

Masalaning qo`yilishi. Quyida birinchi turdagi chegaraviy shartlar bilan ikkinchi darajali oddiy differensial tenglama qaraladi:

$$Lu \equiv -\frac{d}{dx}\left(p\frac{du}{dx}\right)+qu=f,\ \ 0<x<1, \quad (1.1)$$

$$u(0)=u(1)=0. \quad (1.2)$$

$C^k[0,1]$ [0,1]kesmada uzluksiz va k tartibli uzluksiz hosilaga ega bo`lgan funksiyalar to`plami bo`lsin. Kesma chegaralarida nolga teng bo'lgan $C^k[0,1]$ funksiyalar to'plami $C_0^k[0,1]$ bilan belgilansin. $p\in C^1[0,1]$, $q, f\in C[0,1]$ uchun quyidagi munosabatlar o`rinli bo`lsin

$$p(x)\ge c_0>0,\ \ q(x)\ge 0\ \ \forall x\in[0,1],\ \ c_0=const. \quad (1.3)$$

Tenglama (1.1) ni ixtiyoriy $\upsilon\in C_0^1[0,1]$ funksiyaga ko'paytiriladi, olingan tenglikni $[0,1]$ kesmada integrallanadi va u funksiyasining hosilalarini o`z ichiga olgan integral ko`rinishida ifodalash uchun bo`laklab integrallash formulasidan foydalaniladi. Natijada, quyidagiga ega bo`linadi:

$$\int_0^1 (pu'\upsilon'+qu\upsilon)dx=\int_0^1 f\upsilon dx\ \ \forall\upsilon\in C_0^1[0,1]. \quad (1.4)$$

(1.4) munosabat odatda (1.1), (1.2) chegaraviy masalaga mos keladigan integral ayniyat deb ataladi. Ta'kidlash kerak, (1.4) integral ifoda qaysidir ma'noda (1.1), (1.2) masalaga ekvivalent. Haqiqatan ham, agar *u* (1.1), (1.2) masalaning yechimi bo'lsa, u holda *u* (1.4) ifodani qanoatlantiradi. Aksincha, agar $u \in C_0^2[0,1]$ va (1.4) ifodani qanoatlantiradigan bo`lsa, bo`laklab integrallash formulasini qo`llab, quyidagiga kelinadi:

$$\int_0^1 (Lu - f)\upsilon dx = 0 \quad \forall \upsilon \in C_0^1[0,1],$$

υ ixtiyoriy funksiya bo`lgani uchun, [0,1] kesmada $Lu = f$, ya'ni *u* funksiya (1.1), (1.2) masalalar yechimi bo'ladi.

Bundan ko`rinadiki, (1.4) ifoda ma'nosiga ko`ra, yuqoridagi formulalarga qaraganda kiruvchi funksiyaga nisbatan ancha zaif taxminlar ostida saqlaydi. Bu (1.1), (1.2) masalaning umumlashtirilgan yechimi tushunchasini kiritishda ishlatiladi.

(1.4) ifoda ko'pincha (1.1), (1.2) turdagi masalalarni taqribiy hisoblash usullarini qurishda ishlatiladi.

Qo`yilgan masalani chekli elementlar usuli bilan yechish. Quyida (1.1), (1.2) masalani chekli elementlar usulidan foydalanib yechiladi.

[0,1]kesmada teng bo`lmagan oraliqli to`r kiritamiz

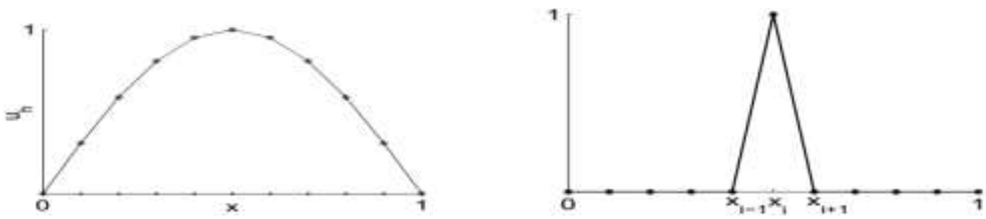
$$\omega = \{0 = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_n = 1\}.$$

To`r tugunlari $e_i = [x_{i-1}, x_i]$, $i = 1, 2, \ldots, N$ chekli elementlar deb nomlanadi. $h_i = x_i - x_{i-1}$, $h = \max_{1 \le i \le N} h_i$ qadamni kiritamiz. (1.1), (1.2) masalalarning taqribiy yechimini $u_h$ bilan belgilanadi va uni [0,1] oralig`ida uzluksiz, $x = 0, x = 1$ da nolga teng hamda har bir e_i, $i = 1, 2, \ldots, N$ tugunda chiziqli funksiya sifatida qaraladi. U holda

$$u_h(x) = \sum_{i=1}^{N-1} u_h(x_i)\varphi_i(x), \quad x \in [0,1],$$

bunda φ_i - har bir tugunda chiziqli, [0,1] oralig`ida uzluksiz va quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi funksiyalar (1 -rasmga qarang):

$$\varphi_i(x_j) = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \ne j \quad i = 0, 1, \ldots, N. \end{cases}$$



Rasm. 1. Bo`lakli chiziqli funksiya (chapda). Bazis funksiya $\varphi_i$ (o`ngda).

Nuqtalar to`plami sababli, $\varphi_i(x)$ funksiyalari odatda lokal tarqatuvchi (tashuvchi) bazis funksiyalar deb ataladi, bunda kichik kesmada (ya'ni, e_i va e_{i+1} elementlarning birlashmasi) $\varphi_i(x) \ne 0$ ($\varphi_i(x)$ tashuvchi funksiya). Bu holda (1.6) sistema $a_{j,i}$ matritsa elementlari noldan farqli, faqat $|i-j|\le 1$ da $\varphi_i(x)$, $\varphi_j(x)$ tashuvchi funksiyalari kesishganda. Natijada, tizim matritsasi (1.6) uchburchakli bo'ladi.

Eng oddiy holatni qaraylik. $p(x)=1,\ q(x)=0$, to`r teng oraliqli, ya'ni $x_i - x_{i-1} = h,\ i=1,2,...,N$ bo`lsin. U holda,

$$a_{i,i-1} = -1/h,\ a_{i,i+1} = -1/h,\ a_{i,i} = 2/h,\ b_i = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f\varphi_i(x)dx,\ i=1,2,...,N-1.$$

Oxirgi integralni taxminan $f(x)\approx f(x_i),\ x\in[x_{i-1},x_{i+1}]$ sifatida hisoblanadi. U holda

$$b_i = f(x_i)\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} \varphi_i(x)dx = hf(x_i),$$

natijada (1.6) sistema quyidagi shaklga yoziladi

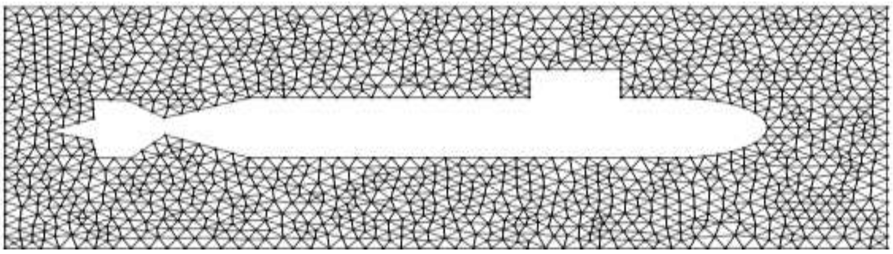
$$-\frac{u_h(x_{i-1}) - 2u_h(x_i) + u_h(x_{i+1})}{h^2} = f(x_i),\ i=1,2,...,N-1.$$

Kesma chegarasida u_h funksiyaning nolga tengligi uchun quyidagi shartlar qo`shiladi:

$$u_h(x_0)=0,\ u_h(x_N)=0,$$

(1.1), (1.2) masala uchun eng oddiy ayirmali sxemaga kelinadi.

Ixtiyoriy soha uchun chekli elementlar usuli tizimi xuddi shunday tuzilgan: birinchi navbatda, soha ko`pburchak bilan approksimatsiyalanadi, so`ngra uchburchak kiritiladi, ya'ni ko`pburchakni yetarlicha kichik uchburchaklarga bo`linadi, so`ngra $\varphi_{kl}$ bazis funksiyalar aniqlanadi, shu sababli, albatta, $\Omega_{kl}$ sohalar ancha murakkab bo`lishi mumkin (4 -rasm).



Rasm. 4. Murakkab sohani uchburchaklashtirish.

Taqribiy yechim qurishning ta'riflangan usullari aniq umumlashmalarni qo`llaydi. Masalan, bir o`lchovli holatda, u_h funksiyani har bir elementda $m\ge 1$m qat'iy darajali polinomlar bo`lgan funksiyalar sinfida izlash mumkin. Taqribiy yechimning silliqligini, uzluksiz deb hisoblab uning hosilalarini ma'lum tartibgacha zichlashtirish orqali oshirish mumkin. Shu kabi umumlashmalarni hususiy hosilali differensial tenglamalarga ham qo`llash mumkin. Bunday holda, sohani nafaqat uchburchak elementlarga, balki murakkab shaklli elementlarga, masalan, to`rtburchaklar va hatto egri chiziqli bo`laklarga ham bo`lish mumkin.

Bunday yechimlarni qurish usullari bir qancha savollarni tug`dirishi aniq. Birinchidan, aniqlangan chekli elementlarning o'lchami va shakliga, taqribiy yechimning silliqlik darajasiga, taqribiy yechimni tuzish uchun ishlatiladigan polinomlarning turiga, shuningdek, qo`yilgan masalaning aniq yechimining differensial xususiyatlariga qarab, hosil bo`lgan taqribiy yechimlarning to`g`riligini baholash qiziq bo`lar edi. Chekli elementlar usuli tizimini shakllantirishda paydo bo`ladigan integrallarni, umuman olganda, faqat ma`lum kvadratur formulalar yordamida hisoblash mumkin. Olingan xatolar ham hisobga olinishi kerak. Bu savollarning barchasi ushbu kursimizning chiziqli elliptik tenglamalar uchun chegaraviy masalalar mavzusiga bag`ishlangan qismida har xil darajada batafsil o`rganiladi.

XULOSA1. Izlanayotgan analitik funksiya grafigining o‘rniga chekli sondagi tugun nuqtalarga o‘tish orqali uni taqribiy qurish sonli usullar deb ataladi.

2. Qurilmaning elementi, masalan, konsol balka, avtomobil stoykasi, avtomobil kapotining bo‘ylama kesimi va shu kabilar bo‘lishi mumkin.3. Chekli elementlar usulida asosan ushbu [K]{} = {M} chiziqli tenglamalar sistemasi yechiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

Зенкевич О.С., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. –М.:Мир, 1986. –318 с. (93-150betlar)Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкости.–Том 1.–М.: Мир,1991.–504 с. (136-212betlar)

Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина /Пер. с англ. -М.: Мир, 1988. –352 с. (106-184betlar)Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. –М.: Мир, 1979. –392 с. (9-56 betlar).