7 – TOM 6 – SON / 2024 - YIL / 15 - IYUN

АППРОКСИМАЦИЯ КРИВЫХ ЛИНИЙ КУБИЧЕСКИМИ СПЛАЙНАМИ

Доц. **Д.Ғ. Райимов,**
Азиатский Международный университет

При автоматизированном проектирования орнаментов резьбы по дереву высокой категории сложности аппроксимация их элементов дугами кривых второго порядка приводит к большому количеству и сходных параметров.

Поэтому для интерполирования участков сложных кривых, кривых на поверхности резьбы по дереву целесообразно применять полиномиальные функции.

Рассмотрим одномерные кубические сплайны применяемые для интерполяции функции $y=f(x)$ и обладающие непрерывными производными до второго порядка.

Задачу интерполирования кривых кубическими сплайнами можно формулировать следующим образом. На каждом из отрезков $[x_n;x_{n+1}]$ функция $f(x)$ аппроксимируется полиномами вида:

$$\begin{aligned} &P_0(x)=\sum_{\alpha=1}^{3}A_\alpha\left(x-x_1\right)^{\alpha-1}; && x\in[x_0;x_1] \\ &P_i(x)=\sum_{\alpha=1}^{4}A_\alpha\left(x-x_i\right)^{\alpha-1}; && x\in[x_i;x_{i+1}] \\ &P_{n-1}(x)=\sum_{\alpha=1}^{3}A_\alpha\left(x-x_{n-1}\right)^{\alpha-1}; && x\in[x_n;x_{n+1}] \end{aligned} \qquad (1)$$

где $i=1,2,\dots,n-2$

коэффициенты A_α определяются с помощью специальных граничных условий:

$$P_0(x_0)=Y_0; \qquad \frac{\partial^k P_0(x_1)}{\partial x^k}=Y_1^k; \frac{\partial^k P_i(x_{i+s})}{\partial x^k}=Y_{i+s}^k.$$

$$\frac{\partial^k P_{n-1}(x_{n-1})}{\partial x^n}=Y_{n-1}^k; \qquad P_{n-1}(x_n)=Y_n; \qquad (s,k=0;1] \qquad (2)$$

В развернутом виде уравнение (2) записывается:

$$\begin{aligned} &P_0(x)=A_1+A_2\left(x-x_1\right)+A_3\left(x-x_1\right)^2; \\ &P_i(x)=A_1+A_2\left(x-x_i\right)+A_3\left(x-x_i\right)^2+A_4\left(x-x_i\right)^3; \\ &P_{n-1}(x)=A_1+A_2\left(x-x_1\right)+A_3\left(x-x_{n-1}\right)^2; \end{aligned} \qquad (3)$$

Коэффициенты определенные с помощи условий (2) будут ровны:

$$\begin{aligned} &x\in[x_0;x_1], \quad A_1=Y_1; && A_2=Y_1^l; \\ &A_3=h_0^{-2}\left(Y_1^l h_0-Y_1+Y_0\right); && h_0=x-x_0; \end{aligned} \qquad (4)$$

при

$$
\begin{aligned}
& x \in [x_i; x_{i+1}], \quad A_1 = Y_i; \qquad A_2 = Y_i^l; \\
& A_3 = -h_i^{-2}\left(h_i\left(2Y_i^l + Y_{i+1}^l\right) - 3\left(Y_{i+1} - Y_i\right)\right); \quad h_i = x_{i+1} - x_i; \\
& . \qquad . \qquad . \\
& . \qquad . \qquad . \\
& . \qquad . \qquad . \\
& A_4 = -h_i^{-3}\left(2\left(Y_{i+1} - Y_i\right) - h_i\left(2Y_i^l + Y_{i+1}^l\right)\right);
\end{aligned}
\tag{5}
$$

при

$$
\begin{aligned}
& x \in [x_n; x_{n-1}], \quad A_1 = Y_{n-1}; \qquad A_2 = Y_{n-1}^l; \\
& A_3 = h_{n-1}^{-2}\left(Y_n - Y_{n-1}^l h_{n-1} - Y_{n-1}\right); \quad h_{n-1} = x_n - x_{n-1};
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Подстановка соотношений (4), (5) и (6) в формулу (3) даст уравнение для кубического сплайна

$$
\begin{aligned}
& P_0(x) = h_0^{-2}\left(Y_1^l h_0 - Y_1 + Y_0\right)\left(x - x_1\right)^2 + Y_1^l\left(x - x_1\right) + Y_1; \\
& P_i(x) = -h_i^{-3}\left(2\left(Y_{i+1} - Y_i\right) - h_i\left(Y_i^l + Y_{i+1}\right)\right)\left(x - x_i\right)^3 - \\
& -h_i^{-2}\left(h_i\left(2Y_i^l + Y_{i+1}^l\right) - 3\left(Y_{i+1} - Y_i\right)\right)\left(x - x_1\right)^2 + Y_1^l\left(x - x_1\right) + Y_1; \\
& . \qquad . \qquad . \\
& . \qquad . \qquad . \\
& . \qquad . \qquad . \\
& P_{n-1}(x) = h_{n-1}^{-2}\left(Y_n - Y_1^l h_{n-1} + Y_{n-1}\right)\left(x - x_{n-1}\right)^2 + Y_{n-1}^l\left(x - x_{n-1}\right) + Y_{n-1}.
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Неизвестные Y_i^l $(i = 0;1;...;n-2)$ определяются из условий непрерывности вторых производных полинома $P_i(x)$ т.е.

$$
\frac{\partial^2 P_i(x_{i+1})}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 P_{i+1}(x_{i+1})}{\partial x^2}
$$

Для этого определяются значения вторых производных уравнения (7) и полученные результаты приравниваются друг к другу

$$
\frac{\partial^2 P_0(x_1)}{\partial x^2} = 2A_3; \qquad \frac{\partial^2 P_1(x_1)}{\partial x^2} = 2A_3; \qquad A_3 = A_3 \tag{8}
$$

Первая часть равенства (8) является коэффициентом квадратичной параболы, а вторая (правая) кубической

$$
\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 P_i(x_{i+1})}{\partial x^2} = GA_4 h_i + 2A_3; \\
& \frac{\partial^2 P_{i+1}(x_{i+1})}{\partial x^2} = 2A_3
\end{aligned}
\tag{9}
$$

отсюда $3A_4 h_i + A_3 = A_3$

обе части равенства (9) являются коэффициентами кубической параболы

$$\frac{\partial^2 P_{n-2}(x_{n-2})}{\partial x^2} = GA_4 h_{n-2} + 2A_3; \qquad (10)$$
$$\frac{\partial^2 P_{n-1}(x_{n-1})}{\partial x^2} = 2A_3;$$

Отсюда $3A_4 h_{n-1} + A_3 = A_3$

Левая часть равенства (10) является коэффициентом кубической параболы, а правая квадратичной.

Далее в равенства (8), (9) и (10) подставляются значения коэффициентов (4), (5) и (6)

$$h_0^{-2}\left(Y_1^l - Y_1 + Y_0\right) = -h_0^{-2}\left(h_1\left(2Y_1^l + Y_2^l\right) - 3\left(Y_2 - Y_1\right)\right);$$
$$-3h_i^{-3}\left(2\left(Y_{i+1} - Y_i\right) - h_i\left(Y_i^l + Y_{i+1}^l\right)\right)h_i - h_i^{-2}\left(h_i\left(2Y_i^l + Y_{i+1}^l\right) - 3\left(Y_{i+1} - Y_i\right)\right) =$$
$$= h_{i+1}^{-2}\left(h_{i+1}\left(2Y_{i+1}^l + Y_{i+2}^l\right) - 3\left(Y_{i+2} - Y_{i+1}\right)\right); \qquad (11)$$
$$-3h_{n-2}^{-2}\left(2\left(Y_{n-1} - Y_{n-2}\right) - h_{n-2}\left(Y_{n-2}^l + Y_{n-1}^l\right)\right)h_{n-2} - h_{n-2}^{-2}\left(h_{n-2}\left(2Y_{n-2}^l + Y_{n-1}^l\right) - 3\left(Y_{n-1} - Y_{n-2}\right)\right) =$$
$$= h_{n-2}^{-2}\left(Y_n - Y_{n-1}^l h_{n-1} - Y_{n-2}\right).$$

После некоторых преобразований (11) принимай вид

$$y_1^l + \lambda_0 y_2^l = \mu_0\left(y_1 - y_0\right)h_0^{-l} + 3\lambda_0 h_1^{-l}\left(y_2 - y_1\right);$$
$$. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$
$$\mu_i y_i^l + 2y_{i+1}^l + \lambda_i y_{i+2}^l = 3\mu_i h_i^{-l}\left(y_{i+1} - y_i\right) + 3\lambda_i h_{i+1}^{-l}\left(y_{i+2} - y_{i+1}\right) \quad i = 1, 2, ..., n-3; \qquad (12)$$
$$. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$
$$\mu_{n-2} y_{n-2}^l + y_{n-1}^l = 3\mu_{n-2} h_{n-2}\left(y_{n-1} - y_{n-2}\right) + \lambda_{n-2} h_{n-1}^{-l}\left(y_n - y_{n-1}\right);$$

где $\mu_0 = h_1\left(h_1 + 2h_0\right)^{-1}$; $\quad \mu_i = h_{i+1}\left(h_{i+1} + h_i\right)^{-1}$; $\quad \mu_{n-2} = h_{n-1}\left(h_{n-2} + 2h_{n-1}\right)^{-1}$;

$\lambda_0 = h_0\left(h_1 + 2h_0\right)^{-1}$; $\quad \lambda_i = h_i\left(h_{i+1} + h_i\right)$; $\quad \lambda_{n-2} = h_{n-1}\left(h_{n-2} + 2h_{n-1}\right)^{-1}$;

После определения неизвестных параметров y_i^l решением системы уравнений (12) устанавливающих непрерывность второй производной в точных соединения двух промежутков, можно получить уравнения сплайна

$$S(x) = \sum_{i=0}^{n-1} P_i\left(x\right) \qquad (13)$$

При практических вычислениях полиномы $P_i\left(x\right)$ можно выразить через базисные полиноме $P_{k,s}\left(x\right)$:

$$P_i\left(x\right) = \sum_{k,s=0}^{1} P_{k,s}\left(x\right)Y_{i+s}^{(k)}$$

Коэффициенты полинома $P_{k,s}\left(x\right)$ определяются из равенства:

$$\frac{\partial^2 P_{k,s}(x_{i+t})}{\partial x^2} = \delta_{k,q}\square\delta_{s,t} \qquad (15)$$

где $k,\ s,\ q,\ t = 0{,}1$

δ - символ Кронекера, которой определяется равенствами:

$$\delta_{k,q} = \begin{cases} 1, & если \quad k = q \\ 0, & если \quad k \neq q \end{cases}$$

Значения правых условий, определенные с помощью уравнения (15) сведены в таблицу 1

Таблица 1

q	t	y	$P_{0,0}(x)$	$P_{0,1}(x)$	$P_{1,0}(x)$	$P_{1,1}(x)$
0	0	y_i	1	0	0	0
0	1	y_{i+1}	0	1	0	0
1	0	y_i^l	0	0	1	0
1	1	y_{i+1}^l	0	0	0	1

Значение правых условий

Подстановкой значений y_i, y_{i+1}, y_i^l, y_{i+1}^l (табл.1) на второе уравнение системы (7) определяются значения полиномов $P_{k,s}(x)$

$$\begin{cases} P_{0,0}(x) = -h_i^{-3}(x - x_{i+1})^2(3x_i - 2x - x_{i+1}); \\ P_{0,1}(x) = h_i^{-3}(x - x_i)(x - x_{i+2})^2(3x_{i+1} - 2x - x_i); \\ P_{1,0}(x) = h_i^{-2}(x - x_i)(x - x_{i+2})^2; \\ P_{1,1}(x) = h_i^{-2}(x - x_i)^2(x - x_{i+1}); \end{cases} \qquad (16)$$

После раскрытия уравнение (14) принимает вид:

$$P_i(x) = P_{0,0}(x)y_i + P_{0,1}(x)y_{i+1} + P_{1,0}(x)y_i^l + P_{1,1}(x)y_{i+1}^l \qquad (17)$$

С помощью уравнения (17) определяется значение полинома для любого узла x_i отрезка [a, b].

В обобщенном виде вычисление значения полинома в точке x=2, обычно заданной функции (табл.2) можно произвести следующим образом.

Значения y и h подставляются в уравнение (12)

$$y_1^l + \lambda_0 y_2^l = \mu_0 h_0^{-l}(y_1 - y_0) + 3\lambda_0 h_1^{-l}(y_2 - y_1);$$

$$y_1^l + y_2^l(2 + 2\cdot 1)^{-1} = 2\cdot(2 + 2\cdot 1)^{-1}\cdot(4,9 - 5)\cdot 1^{-1} + 3(2 + 2\cdot 1)^{-1}\cdot 2^{-1}\cdot(4 - 4,9) \qquad (18)$$

$$\mu_i y^l + 2y_2^l + \lambda y_3^l = 3\mu_1 h_1^{-l}(y_2 - y_1) + 3\lambda_1 h_2^{-l}(y_3 - y_2)$$

$$\frac{1}{1+2}\cdot y_1^l + 2y_2^l + 2(1+2)^{-1}y_3^l = 3(1+2)^{-1}\cdot 2^{-1}(4 - 4,9) + 3(1+2)^{-1}\cdot 1^{-1}(3 - 4) \qquad (19)$$

Табл.2

h	*x*	*y*

$h_0 = 1,0$	$x_0 = 0,0$	$y_0 = 5,0$
	$x_1 = 1,0$	$y_1 = 4,9$
$h_1 = 2,0$	$x_2 = 3,0$	$y_2 = 4,0$
$h_2 = 1,0$	$x_3 = 4,0$	$y_3 = 3,0$
$h_3 = 0,5$	$x_4 = 4,5$	$y_4 = 2,18$

Порядок определения знамений полинома для любого узла

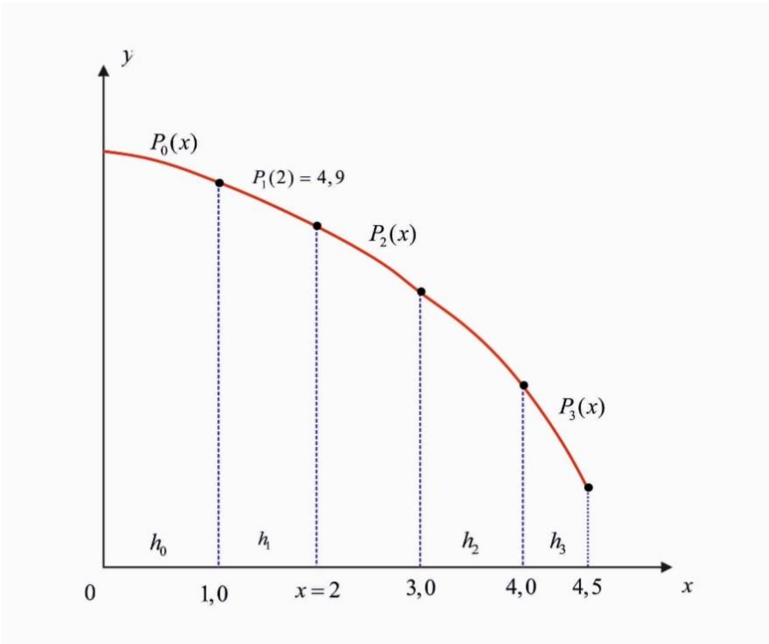

Рис.1

Вычисление значение полинома $P_i(x)$ в отрезке [0; 4,5]

$$\mu_2 y_2^l + y_3^l = 3\mu_2 h_2^{-l}\left(y_3 - y_2\right) + \lambda_2 h_3^{-l}\left(y_4 - y_3\right)$$
$$0,5\cdot\left(1+2\cdot 0,5\right)^{-1} y_2^l + y_3^l = 3\cdot 0,5\cdot\left(1+2\cdot 0,5\right)^{-1}\cdot 1^{-1}\left(3-4\right)+\left(1+2\cdot 0,5\right)^{-1}\cdot 0,5^{-1}\left(2,18-3\right). \quad (20)$$

Совместным решением уравнений (18), (19) и (20) определяются:

$$y_1^l = -0,57; \qquad y_2^l = -0,73; \qquad y_3^l = -1,39.$$

Значения производных (21) подставляются в уравнение (7)

$$P_0\left(x\right) = 1\cdot 1^{-2}\cdot\left(-0,57\cdot 1 - 4,9 + 5\right)\left(x - x_1\right)^2 - 0,57\cdot\left(x - x_1\right) + 4,9 = 0,47\left(x - x_1\right)^2 - 0,57\left(x - x_1\right) + 4,9$$
$$P_1\left(x\right) = -2^{-3}\cdot\left(2\cdot\left(4-4,9\right) - 2\cdot\left(-0,57-0,73\right)\right)\left(x - x^3\right) - 2^{-2}\left(2\cdot\left(2\cdot\left(-0,57\right) - 0,73\right) - 3\cdot\left(4-4,9\right)\right)\cdot\left(x - x_1^2\right) -$$
$$-0,57\left(x - x_1\right) + 4,9 = 0,1\left(x - x_1\right)^3 + 0,26\left(x - x_1\right)^2 - 0,57\left(x - x_1\right) + 4,9$$
$$P_2\left(x\right) = -\frac{1}{1^3}\left(2\cdot\left(3-4\right) - 1\cdot\left(-0,73-1,39\right)\right)\left(x - x_2\right)^3 - \frac{1}{1^2}\left(1\cdot\left(2\cdot\left(-0,73\right) - 1,39\right) - 3\cdot\left(3-4\right)\right)\left(x - x_2\right)^2 -$$
$$-0,73\left(x - x_2\right) + 4 = -0,1156\left(x - x_2\right)^3 - 0,158\left(x - x_2\right)^2 - 0,73\left(x - x_2\right) + 4 \quad (22)$$
$$P_3\left(x\right) = \left(0,5\right)^{-2}\left(2,18 + 1,39\cdot 0,5 - 3\right)\left(x - x_3\right)^2 - 1,39\left(x - x_3\right) + 3 = -0,504\left(x - x_3\right)^2 - 1,39\left(x - x_3\right) + 3$$

выражение (22) позволяет вычислить значение полиномов в любой точке отрезка [0; 4,5]. Поскольку искомая точка x=2 находится во втором кубическом сегменте (рис.1) вычисляется значения полинома $P_i(x)$

$$P_1(2) = -0{,}1\cdot(2-1)^3 + 0{,}26(2-1)^2 - 0{,}57(2-1) + 4{,}9 = 4{,}49$$

В практике вычисления значений полинома $P_i(x)$ по формуле (14) с помощью компьютера производится нижеследующем порядке. По формуле (16) определяются значения базисных полиномов $P_{k,s}(x)$ при $i = 0{,}1$

$$P_{0,0}(2) = -h_1^{-3}(x-x_2)^2(3x_1-2x-x_2) = -2^{-3}(2-3)^2(3\cdot1-2\cdot2-3) = 0{,}5;$$

$$P_{0,1}(2) = h_1^{-3}(x-x_1)^2(3x_2-2x-x_1) = 2^{-3}(2-1)^2(3\cdot3-2\cdot2-1) = 2^1;$$

$$P_{1,0}(2) = h_1^{-2}(x-x_1)(x-x_2)^2 = 2^{-2}(2-1)(2-3)^2 = 4^{-1};$$

$$P_{1,1}(2) = h_1^{-2}(x-x_1)^2(x-x_2) = 2^{-2}(2-1)^2(2-3) = -4^{-1};$$

Далее по уравнению (17) вычисляется значение полинома в заданной точке

$$P_1(2) = P_{0,0}(2)y_1 + P_{0,1}(2)y_2 + P_{1,0}(2)y_1^l + P_{1,1}(x)y_2^l = \frac{1}{2}\cdot4{,}9 + \frac{1}{2}\cdot4 + \frac{1}{4}\cdot(-073) = 4{,}49$$

Таким образом, сплайны функции как средство интерполяции сложных кривых применяющиеся к резьбы по дереву являются очень оптимальными для проектирования растительных орнаментов резьбы по дереву с помощью компьютерной графики.

Выводы.

1. Здесь же сформулированы требования к математической модели для задач проектирования различиной кривых категории сложности. На основе этих требований разработана математический модель, включающая в себя различные функции, описывающие и аппроксимирующие кривых линий трех категорий сложности.

2. Предложенная математическая модель, преобразующая кривые второго порядка в части замечательных кривых, позволяет конструировать множества, из которых формируются разнообразные композиции кривых линий.

3. Созданная математическая модель на базе параболической интерполяции и интерполяционных кубических сплайнов является основой программного обеспечения автоматизированного проектирования сложных кривых средствами интерактивной компьютерной графики.

4. Таким образом, сплайны функции как средство интерполяции сложных кривых являются очень оптимальными для проектирования кривых второго и третьего порядка с помощью компьютерной графики.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Bobokulova, M. (2024). IN MEDICINE FROM ECHOPHRAPHY USE. Development and innovations in science, 3(1), 94-103.
2. Bobokulova, M. (2024). INTERPRETATION OF QUANTUM THEORY AND ITS ROLE IN NATURE. Models and methods in modern science, 3(1), 94-109.
3. Bobokulova, M. (2024, January). RADIO WAVE SURGERY. In Международная конференция академических наук (Vol. 3, No. 1, pp. 56-66).
4. Bobokulova, M. (2024). THE ROLE OF NANOTECHNOLOGY IN MODERN PHYSICS. Development and innovations in science, 3(1), 145-153.
5. Boboqulova, M. X. (2023). STOMATOLOGIK MATERIALLARNING FIZIK-MEXANIK XOSSALARI. Educational Research in Universal Sciences, 2(9), 223-228.
6. Xamroyevna, B. M. (2023). ORGANIZM TO 'QIMALARINING ZICHLIGINI ANIQLASH. GOLDEN BRAIN, 1(34), 50-58.
7. Bobokulova, M. K. (2023). IMPORTANCE OF FIBER OPTIC DEVICES IN MEDICINE. Multidisciplinary Journal of Science and Technology, 3(5), 212-216.
8. Khamroyevna, M. B. (2023). PHYSICO-CHEMICAL PROPERTIES OF BIOLOGICAL MEMBRANES, BIOPHYSICAL MECHANISMS OF MOVEMENT OF SUBSTANCES IN THE MEMBRANE. Multidisciplinary Journal of Science and Technology, 3(5), 217-221.
9. Bobokulova, M. K. (2024). TOLALI OPTIKA ASBOBLARINING TIBBIYOTDAGI AHAMIYATI. GOLDEN BRAIN, 2(1), 517–524.
10. Boboqulova, M. (2024). FIZIKA O`QITISHNING INTERFAOL METODLARI. В CENTRAL ASIAN JOURNAL OF EDUCATION AND INNOVATION (Т. 3, Выпуск 2, сс. 73–82).
11. Boboqulova, M., & Sattorova, J. (2024). OPTIK QURILMALARDAN TIBBIYOTDA FOYDALANISH. В INNOVATIVE RESEARCH IN SCIENCE (Т. 3, Выпуск 2, сс. 70–83).
12. Boboqulova, M. (2024). FIZIKAVIY QONUNIYATLARNI TIRIK ORGANIZMDAGI JARAYONLARGA TADBIQ ETISH . В MODELS AND METHODS IN MODERN SCIENCE (Т. 3, Выпуск 2, сс. 174–187).
13. Boboqulova, M. (2024). IONLOVCHI NURLARNING DOZIMETRIYASI VA XOSSALARI. В DEVELOPMENT AND INNOVATIONS IN SCIENCE (Т. 3, Выпуск 2, сс. 110–125).
14. Boboqulova, M. (2024). KVANT NAZARIYASINING TABIATDAGI TALQINI. В ACADEMIC RESEARCH IN MODERN SCIENCE (Т. 3, Выпуск 7, сс. 68–81).

15. Muxtaram Boboqulova Xamroyevna. (2024). GEYZENBERG NOANIQLIK PRINTSIPINING UMUMIY TUZILISHI . TADQIQOTLAR.UZ, 34(3), 3–12.

16. Muxtaram Boboqulova Xamroyevna. (2024). THERMODYNAMICS OF LIVING SYSTEMS. Multidisciplinary Journal of Science and Technology, 4(3), 303–308.

17. Muxtaram Boboqulova Xamroyevna. (2024). QUYOSH ENERGIYASIDAN FOYDALANISH . TADQIQOTLAR.UZ, 34(2), 213–220.

18. Xamroyevna, M. B. (2024). Klassik fizika rivojlanishida kvant fizikasining orni. Ta'limning zamonaviy transformatsiyasi, 6(1), 9-19.

19. Xamroyevna, M. B. (2024). ELEKTRON MIKROSKOPIYA USULLARINI TIBBIYOTDA AHAMIYATI. *PEDAGOG*, *7*(4), 273-280.

20. Boboqulova, M. X. (2024). FIZIKANING ISTIQBOLLI TADQIQOTLARI. *PEDAGOG*, *7*(5), 277-283.

21. Behruz Ulugbek og, Q. (2024). ADOBE PHOTOSHOP CC DASTURIDA ISHLASH. *PEDAGOG*, *7*(4), 390-396.

22. Behruz Ulugbek og, Q. (2024). FUNDAMENTALS OF ALGORITHM AND PROGRAMMING IN MATHCAD SOFTWARE. *Multidisciplinary Journal of Science and Technology*, *4*(3), 410-418.

23. Behruz Ulug'bek o'g, Q. (2023). USE OF ARTIFICIAL NERVOUS SYSTEMS IN MODELING. *Multidisciplinary Journal of Science and Technology*, *3*(5), 269-273.

24. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. KLASSIK GAUSS KVADRATURALARI. *Инновационные исследования в науке*, *3*(2), 94-103.

25. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. SIMPSON FORMULASI. *Models and methods in modern science*, *3*(2), 223-228.

26. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. ROMBERG INTEGRALLASH FORMULASI. *Центральноазиатский журнал образования и инноваций*, *3*(2 Part 2), 107-112.

27. Quvvatov, B. (2024, February). TORTBURCHAK ELEMENT USTIDA GAUSS–LEJANDR FORMULASI. In *Международная конференция академических наук* (Vol. 3, No. 2, pp. 101-108).

28. Sharipova, M. (2024). IKKI NOMALUMLI TENGLAMANING GEOMETRIK MANOSI. *Бюллетень педагогов нового Узбекистана*, *2*(2), 41-51.

29. Sharipova, M. (2024). BIRINCHI DARAJALI TAQQOSLAMALAR SISTEMALARI. *Центральноазиатский журнал академических исследований*, *2*(2), 11-22.

30. Sharipova, M., & Latipova, S. (2024). TAQQOSLAMALAR. EYLER FUNKSIYASI. *Бюллетень студентов нового Узбекистана*, *2*(2), 23-33.

31. Sharipova, M., & Latipova, S. (2024). IKKI O'ZGARUVCHILI TENGLAMALAR SISTEMASI. *Центральноазиатский журнал образования и инноваций*, *3*(2 Part 2), 93-103.

32. Po'latovna, S. M. (2024). ANIQ INTEGRALLARNI TAQRIBIY HISOBLASH. *PEDAGOG*, *7*(4), 158-165.

33. Sharipova, M. P. L. (2024). I TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING AYRIM IQTISODIY TATBIQLARI. *PEDAGOG*, *7*(5), 610-617.

34. Latipova, S. (2024). BIRINCHI TARTIBLI HOSILA YORDAMIDA FUNKSIYANING EKSTREMUMGA TEKSHIRISH, FUNKSIYANING EKSTREMUMLARI. В CENTRAL ASIAN JOURNAL OF EDUCATION AND INNOVATION (Т. 3, Выпуск 2, сс. 66–72).

35. Sharipova, M., & Latipova, S. (2024). TAKRORIY GRUPPALASHLAR. *Development of pedagogical technologies in modern sciences*, *3*(3), 134-142.

36. Shahnoza Latipova. (2024). THE STRAIGHT LINE AND ITS DIFFERENT DEFINITIONS. Multidisciplinary Journal of Science and Technology, 4(3), 771–780.

37. Latipova, S. (2024). KO 'PO 'ZGARUVCHILI FUNKSIYALARNING TURLI TA'RIFLARI. *PEDAGOG*, *7*(5), 618-626.

38. Ikromovna, A. Z. (2024). TEST TIZIMDA AVTOMATLASHTIRILGAN DASTURINI YARATISH. *PEDAGOG*, *7*(5), 259-269.

39. Axmedova, Z. (2024). KOMPYUTER TESTINING MAQSADI, MAZMUNI VA TUZILISHINI ANIQLASH. *Development of pedagogical technologies in modern sciences*, *3*(3), 201-206.

40. Axmedova, Z. (2024). TEST TIZMDA AVTOMATLASHTIRILGAN DASTURNI YARATISH BOSQICHLARI. *Центральноазиатский журнал академических исследований*, *2*(2), 23-32.

41. Axmedova, Z. (2024, February). MOBIL ILOVA YARATISHNI VIRTUAL O 'RGATISHDA GLOBAL AXBOROT TIZIMLARI VA TEXNOLOGIYALARI. In *Международная конференция академических наук* (Vol. 3, No. 2, pp. 71-84).

42. Akhmedova, Z. (2024). ORGANIZING THE EDUCATIONAL PROCESS IN THE EDUCATIONAL MANAGEMENT SYSTEM. *Models and methods in modern science*, *3*(1), 194-200.

43. Axmedova, Z. (2023). KOMPYUTERLASHTIRILGAN TESTLARNING XUSUSIYATLARI. *Theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences*, *3*(4), 46-59.

44. Ashurov, J. D. (2024). TA'LIM JARAYONIDA SUN'IY INTELEKTNI QO'LLASHNING AHAMIYATI. PEDAGOG, 7(5), 698-704.

45. Djorayevich, A. J. (2022). EXPLANATION OF THE TOPIC" USE OF RADIOPHARMACEUTICALS IN GAMMA THERAPY" IN HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS USING THE" THOUGHT, REASON, EXAMPLE, GENERALIZATION (THREG)" METHOD.

46. Djo‘rayevich, A. J. (2024). THE IMPORTANCE OF USING THE PEDAGOGICAL METHOD OF THE" INSERT" STRATEGY IN INFORMATION TECHNOLOGY PRACTICAL EXERCISES. Multidisciplinary Journal of Science and Technology, 4(3), 425-432.

47. Ashurov, J. (2023). TA’LIMDA AXBOROT TEXNOLOGIYALARI FANI O ‘QITISHDA INNOVATSION TA’LIM TEXNOLOGIYALARINING AHAMIYATI. Theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences, 3(4), 105-109.

48. Ashurov, J. D. (2024). AXBOROT TEXNOLOGIYALARI VA JARAYONLARNI MATEMATIK MODELLASHTIRISH FANINI O ‘QITISHDA INNOVATSION YONDASHUVGA ASOSLANGAN METODLARNING AHAMIYATI. Zamonaviy fan va ta'lim yangiliklari xalqaro ilmiy jurnal, 2(1), 72-78.

49. Djuraevich, A. J. (2021). Zamonaviy ta'lim muhitida raqamli pedagogikaning o’rni va ahamiyati. Евразийский журнал академических исследований, 1(9), 103-107.

50. Djurayevich, A. J. (2021). Education and pedagogy. Journal of Pedagogical Inventions and Practices, 3, 179-180.

51. Ashurov, J. D. R. (2023). OLIY O ‘QUV YURTLARI TALABALARIGA YADRO TIBBIYOTINI O ‘QITISHDA INNOVATSION TA’LIM TEXNOLOGIYALAR VA METODLARINI QO ‘LLASHNING AHAMIYATI. Results of National Scientific Research International Journal, 2(6), 137-144.

52. Ashurov, J. (2023). OLIY TA’LIM MUASSASALARIDA “RADIOFARMATSEVTIK PREPARATLARNING GAMMA TERAPIYADA QO ‘LLANILISHI” MAVZUSINI “FIKR, SABAB, MISOL, UMUMLASHTIRISH (FSMU)” METODI YORDAMIDA YORITISH. Центральноазиатский журнал образования и инноваций, 2(6 Part 4), 175-181.

53. Ashurov, J. (2023). THE IMPORTANCE OF USING INNOVATIVE EDUCATIONAL TECHNOLOGIES IN TEACHING THE SCIENCE OF INFORMATION TECHNOLOGY AND MATHEMATICAL MODELING OF PROCESSES. Development and innovations in science, 2(12), 80-86.

54. Ashurov, J. (2023). KREDIT MODUL TIZIMIDA JORIY QILISHDA O ‘QITUVCHI VA TALABALARNING HAMKORLIKDA ISHLASHINING AHAMIYATI. Бюллетень педагогов нового Узбекистана, 1(6 Part 2), 42-47.

55. Ashurov, J. D. (2023). THE IMPORTANCE OF ORGANIZING THE COOPERATION BETWEEN TEACHER AND THE STUDENTS IN THE CREDIT-MODULE TRAINING SYSTEM. Modern Scientific Research International Scientific Journal, 1(4), 16-24.

56. Ashurov, J. D. (2023). FSMU METODI YORDAMIDA "AXBOROT JARAYONLARINING DASTURIY TA 'MINOTI" MAVZUSINI YORITISH. Journal of new century innovations, 41(2), 238-243.

57. Djurayevich, A. J. (2021). Opportunities Of Digital Pedagogy in A Modern Educational Environment. Journal of Pedagogical Inventions and Practices, 3, 103-106.

58. To'raqulovich, M. O. (2024). OLIY TA'LIM MUASSASALARIDA TA'LIMNING INNOVASION TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH. *PEDAGOG*, *7*(5), 627-635.

59. Murodov Oybek Turakulovich. (2024). Development of an automated system for controlling temperature and humidity in production rooms. Multidisciplinary Journal of Science and Technology, 4(3), 403–409.

60. To'raqulovich, M. O. (2024). IMPROVING THE TEACHING PROCESS OF IT AND INFORMATION TECHNOLOGIES BASED ON AN INNOVATIVE APPROACH. *Multidisciplinary Journal of Science and Technology*, *4*(3), 851-859.

61. Jalolov, T. S. (2024). ANALYSIS OF PSYCHOLOGICAL DATA USING SPSS PROGRAM. Multidisciplinary Journal of Science and Technology, 4(4), 477-482.

62. Jalolov, T. S. (2024). ИЗУЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ БИБЛИОТЕК PYTHON: ПОДРОБНОЕ РУКОВОДСТВО. MASTERS, 2(5), 48-54.

63. Jalolov, T. S. (2024). ВАЖНОСТЬ АНГЛИЙСКОГО ЯЗЫКА В ПРОГРАММИРОВАНИИ. MASTERS, 2(5), 55-61.