KECHIKUVCHI ARGUMENTLI BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BA'ZI MASALALAR HAQIDA

Omonova Adiba Nu'monjon qizi
Farg`ona davlat universiteti talabasi

Annotatsiya. *Ushbu maqolada kechikuvchi argumentli birinchi tartibli differensial tenglama uchun ba'zi masalalarni o`rganilgan. Ushbu masalalarning yechimi Koshi masalaning yechiminidan foydalanib topilgan.*

О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С АРГУМЕНТАМИ С ЗАПАЗДАНИЕМ

Аннотация. В данной статье изучаются некоторые задачи для дифференциального уравнения первого порядка с запаздывающим аргументом. Решение этих задач было найдено с помощью решения задачи Коши.

ON SOME PROBLEMS FOR FIRST ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH ARGUMENTS WITH DELAY

Annotation. This article studies some problems for a first-order differential equation with a retarded argument. The solution to these problems was found by solving the Cauchy problem.

Kalit so`zlar: kechikuvchi argument, birinchi tartibli differensial tenglama, Koshi masalasi.

Ключевые слова: запаздывающим аргумент, дифференциального уравнения первого порядка, задачи Коши.

Keywords: retarded argument, differential equation first-order, Cauchy problem.

Kirish. Oxirgi yillarda bir nechta xil argumentli noma'lum funksiya qatnashgan differensial tenglamalar bilan shug'ullanishga bo'lgan qiziqish ortib bormoqda. Bunga sabab ko'plab issiqlik tarqalish va diffuziya jarayonlarini matematik modelini tuzish funksiyani biror qiymati qatnashgan differensial tenglama uchun qo`yiladigan masalalarga keltiriladi. Odatda, bunday turdagi tenglamalar kechikuvchi argumentli differensial tenglama deb yuritiladi. Shu sababdan biz ushbu ishda kechikuvchi argumentli birinchi tartibli differensial tenglama uchun ba'zi masalalarni o`rganamiz.

Masalalarni qoyilishi va tadqiqoti.

$(0,1)$ oraliqda ushbu

(1) $$y'(x)-\lambda y(1-x)=0,$$

kechikuvchi argumentli differensial tenglamani qaraylik, bu yerda $y(\cdot)$ - noma’lum funksiya, λ - berilgan haqiqiy son.

Ko`rish qiyin emaski $\lambda = 0$ bo`lgan holda (1) tenglama kechikuvchi argumentli bo`lmaydi, shu sababdan biz ushbu ishda $\lambda \neq 0$ bo`lgan holini qaraymiz.

Kechikuvchi argumentli differensial tenglamalar haqida umumiy ma’lumotlarni [1] adabiyotdan olish mumkin

K **masala.** (1) tenglamani va

(2) $$y(0) = A$$

boshlang`ich shartni qanoatlantiruvchi shunday $y(\cdot) \in C[0,1] \cap C^1(0,1)$ funksiya topilsin, bu yerda A berilgan haqiqiy son.

(1) tenglamadagi x ni $(1-x)$ ga almashtirib,

(3) $$y'(1-x) - \lambda y(x) = 0,$$

tenglamani hosil qilamiz.

Endi (1) tenglamani bir marta differensiallab,

(4) $$y''(x) + \lambda y'(1-x) = 0,$$

tenglamani hosil qilamiz.

(3) tenglamani $(-\lambda)$ ga ko`paytirib, (4) tenglamaga qo`shib,

(5) $$y''(x) + \lambda^2 y(x) = 0,$$

tenglamani hosil qilamiz.

Ma’lumki (5) tenglamaning umumiy yechimi

(6) $$y(x) = C_1 \sin \lambda x + C_2 \cos \lambda x$$

ko`rinishda bo`ladi, bu yerda C_1 va C_2 lar hozircha ixtiyoriy o`zgarmas sonlar.

Endi (6) yechim C_1 va C_2 larning qanday qiymatida (1) tenglamani qanoatlantirishini ko`rsatamiz. (6) dan hosila olib, quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$y'(x) - \lambda y(1-x) =$$

(7) $$= \lambda C_1 \cos \lambda x - \lambda C_2 \sin \lambda x - \lambda C_1 \sin(\lambda - \lambda x) - \lambda C_2 \cos(\lambda - \lambda x).$$

Ko`risatish qiyin emaski

(8) $$C_1 = \frac{1 + \sin \lambda}{\cos \lambda} C_2$$

munosabat bajarilganda (7) tenglik nol bo`ladi. (8) ni (6) qo`yib ba’zi soddalashtirishlarni amalga oshirib, (1) tenglamaning umumiy yechimini

(9) $$y(x) = C_2 \frac{\sin \lambda x + \cos(\lambda x - \lambda)}{\cos \lambda}$$

ko`rinishda topamiz.

(9) ni (2) shartga bo`ysuntirib, $y(x)$ ni

(10) $$y(x)=A\frac{\sin\lambda x+\cos(\lambda x-\lambda)}{\cos\lambda}$$

ko`rinishda topamiz.

1- teorema. Agar $\lambda\neq\pi/2+\pi k$, $k\in Z$ bo`lsa $K$ masalaning yechimi (10) ko`rinishda aniqlanadi.

Endi (1) tenglama uchun quyi bir nechta nolokal masalalarni o`rganamiz.

BS **masala.** (1) tenglamani va

(11) $$y(0)=y(\xi)+B$$

nolokal shartni qanoatlantiruvchi shunday $y(\cdot)\in C[0,1]\cap C^1(0,1)$ funksiya topilsin, bu yerda ξ, B berilgan haqiqiy sonlar bo`lib, $0<\xi\leq 1$.

Odatda (11) shart Bitsaze-Samariskiy sharti deyiladi.

Oddiy differensial tenglamalar uchun Bitsadze - Samariskiy tipidagi masalalar haqida umumiy ma'lumotlarni [3] adabiyotdan olish mumkin.

BS masalani yechish uchun (9) yechimdan foydalanamiz. (9) ni (11) ga bo`ysuntirib,

$$C_2-C_2\frac{\sin\lambda\xi+\cos(\lambda\xi-\lambda)}{\cos\lambda}=B$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamadan C_2 ni topib, (9) ga qo`yib ba'zi soddalashtirishlarni amalga oshirib, $y(x)$ funksiyani

(12) $$y(x)=B\frac{\sin\lambda x+\cos(\lambda x-\lambda)}{\cos\lambda-\sin\lambda\xi-\cos(\lambda\xi-\lambda)}$$

ko`rinishda topamiz.

2 - teorema. Agar $\lambda\neq 2\pi k/\xi, \lambda\neq(3\pi/2+2\pi k)/(1+\xi), \lambda\neq-\pi/2+2\pi k$, $k\in Z$ bo`lsa $BS$ masalaning yechimi (12) ko`rinishda aniqlanadi.

Endi (1) tenglama uchun integral shartli masalalarni qaraymiz.

I_1 **masala.** (1) tenglamani va

(13) $$\int_0^1 y(x)dx=D$$

birinchi tur integral shartni qanoatlantiruvchi shunday $y(\cdot)\in C[0,1]\cap C^1(0,1)$ funksiya topilsin, bu yerda D berilgan haqiqiy son.

I_1 masalani yechish uchun (9) yechimdan foydalanamiz. (9) ni (13) ga bo`ysuntirib,

$$C_2\frac{\sin\lambda-\cos\lambda+1}{\lambda\cos\lambda}=D$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamadan C_2 ni topib, (9) ga qo`yib ba'zi soddalashtirishlarni amalga oshirib, $y(x)$ funksiyani

(14) $$y(x)=D\frac{\lambda\sin\lambda x+\lambda\cos(\lambda x-\lambda)}{\sin\lambda-\cos\lambda+1}$$

ko`rinishda topamiz.

3 - teorema. Agar $\lambda\neq 2\pi k$, $\lambda\neq-(\pi/2)+2\pi k$, $k\in Z$ bo`lsa $I_1$ masalaning yechimi (14) ko`rinishda aniqlanadi.

I_2 **masala.** (1) tenglamani va

(15) $$y(0)-\lambda\int_0^1 y(x)dx=E$$

ikkinchi tur integral shartni qanoatlantiruvchi shunday $y(\cdot)\in C[0,1]\cap C^1(0,1)$ funksiya topilsin, bu yerda E berilgan haqiqiy son.

I_2 masalani yechish uchun (9) yechimdan foydalanamiz. (9) ni (15) ga bo`ysuntirib,

$$C_2\frac{\sin\lambda+1}{\cos\lambda}=E$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamadan C_2 ni topib, (9) ga qo`yib ba’zi soddalashtirishlarni amalga oshirib, $y(x)$ funksiyani

(16) $$y(x)=E\frac{\sin\lambda x+\cos(\lambda x-\lambda)}{\sin\lambda+1}$$

ko`rinishda topamiz.

4 - teorema. Agar $\lambda\neq\pi+2\pi k$, $k\in Z$ bo`lsa $I_2$ masalaning yechimi (16) ko`rinishda aniqlanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. A. Cabada and A.F. Tojo. Equations with involutions. Atlantis Press. 2015.

2. O‘rinov A.Q. Oddiy differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalar. Toshkent. Mumtoz so‘z. 2014 yil. 164 bet.