SIZIQLI EMES PROGRAMMALASTIRIWDIN' ULIWMA MA'SELESI

Allanazarova D.J

Ajiniyaz atındağı NMPI

Sızıqlı emes programmalastırıwdın' (SEP) *ulıwma ma'selesi dep,*

$$g_i(x_1, x_2,\dots, x_n) \le b_i, \quad i = 1,2,\dots, s,$$

$$g_i(x_1, x_2,\dots, x_n) = b_i, \quad i = s+1, s+2,\dots, m$$

sheklewler sistemasın qanaatlandıratug'ın ha'm ko'p o'zgeriwshili (argumentli) $f(x_1, x_2,\dots, x_n)$ funktsiyasına ekstremum (minimum yamasa maksimum) ma'nis beretug'ın $x^* = (x_1^*, x_2^*,\dots, x_n^*)'$ vektorın (noqatın) tabıw ma'selesine aytıladı. Bunda $f(x_1, x_2,\dots, x_n)$ ha'm $g_i(x_1, x_2,\dots, x_n)$ $(i = \overline{1,m})$ – ulıwma jag'dayda sızıqlı emes, belgili funktsiyalar, al b_i $(i = \overline{1,m})$ – berilgen sanlar. (Aldag'ı wag'ıtları qolaylıq ushın $i = \overline{1,m}$ belgilewinen paydalanamız. Ol i indeksi 1 den m ge shekem pu'tin ma'nislerdi qabıl etetug'ın, al shtrix belgisi bag'ana-vektordı an'latadı).

SEP ma'selesin a'dette ıqshamlap, to'mendegi ko'riniste jazadı [1,2]:

$$f(x_1, x_2,\dots, x_n) \to \min(\max), \qquad (1.1)$$

$$g_i(x_1, x_2,\dots, x_n) \le b_i, \quad i = \overline{1,s}, \qquad (1.2)$$

$$g_i(x_1, x_2,\dots, x_n) = b_i, \quad i = \overline{s+1,m} \qquad (1.3)$$

Bunda $f(x_1, x_2,\dots, x_n)$-SEP ma'selesinin' maqset funktsiyası, (2) ha'm (3) qatnasları ma'selenin' sheklewleri yamasa shegaralıq sha'rtleri, al $g_i(x_1, x_2,\dots, x_n)$ $(i = \overline{1,m})$ – funktsiyaları ma'selenin' sheklewlerinin' funktsiyaları dep ataladı. Sonday-aq, (2) ha'm (3) sheklewlerin qanaatlandıratug'ın n o'lshemli qa'legen $x = (x_1, x_2,\dots x_n)'$ vektorı (noqatı) SEP ma'selesinin' mu'mkin bolg'an sheshimi dep ataladı. Ma'selenin' barlıq mu'mkin bolg'an sheshimlerinin' ko'pligi, onın' mu'mkin bolg'an ko'pligi (oblastı) dep ataladı ha'm ol aldag'ı waqıtları D ha'ribi menen belgilenedi. Sızıqlı programmalastırıw (SP) ma'selesinen o'zgeshe, (1)-(3) SEP ma'selesinin' mu'mkin bolg'an ko'pligi do'n'es ko'plik bolmawı mu'mkin. (Qolaylılıq ushın to'mende ko'binese $x = (x_1, x_2,\dots x_n)$, $f(x_1, x_2,\dots, x_n) = f(x)$, $g_i(x_1, x_2,\dots, x_n) = g_i(x)$ $(i = \overline{1,m})$ belgilewleri paydalanıladı). Sonday-aq, bul ma'selede m ha'm n shamaları o'z-ara baylanıslı emes: m shaması n nen u'lken, kishi yamasa og'an ten' bolıwı mu'mkin.

Ma'selenin' maqset funktsiyasına ekstremum ma'nis beretug'ın mu'mkin bolg'an sheshimi, onın' optimal sheshimi yamasa tek sheshimi dep ataladı. Geyde onı $\arg\min f(x)$, $x \in D$ ko'rinisinde belgileydi. Maqset funktsiyasının' ma'selenin' bunday sheshimine sa'ykes ma'nisi, onın' optimal ma'nisi dep ataladı.

Geypara SEP ma’selelerinde $x_1, x_2,...x_n$ o’zgeriwshilerinin’ ayırımlarına yamasa barlıg’ına $x_j \geq 0 \quad (j=\overline{1,s}; s \leq n)$ teris bolmaw sha’rtleri qoyılg’an bolıwı mu’mkin. Bunday sha’rtler o’z aldına tikkeley beriliwi yamasa (2) ha’m (3) sha’rtlerine kirgiziliwi mu’mkin. Ma’selen, $x_j = y_j^2$ almastırıwın orınlag’anda bul sha’rtler tikkeley orınlanadı.

Egerde (1)-(3) ma’selesinde $f(x)$ ha’m $g_i(x) \quad (i=\overline{1,m})$ sızıqlı funktsiyalar bolsa, onda olarg’a sa’ykes ma’sele SP ma’selesi boladı. Al, egerde bul funktsiyalardın’ en’ keminde birewi sızıqlı emes funktsiya bolsa, onda sa’ykes ma’sele SEP ma’selesi boladı.

Joqarıda qa’liplestirilgen (1)-(3) ma’selesi og’ada ulıwmalıq sıpatqa iye boladı. Onın’ sheklewlerindegi ten’likler ha’m ten’sizliklerdi ten’ ku’shli tu’rlendirip, bul ma’seleni, SP ma’seleleri jag’dayındag’ı sıyaqlı, og’an ten’ ku’shli ha’r qıylı ko’rinislerde jazıwg’a boladı. Ma’selen, qa’legen ten’sizlikti ja’rdemshi z o’zgeriwshisin kirgizip, og’an ten’ ku’shli ten’lik penen almastırıwg’a boladı:

$$g(x) \leq 0 \leftrightarrow g(x) + z^2 = 0$$

Al, qa’legen ten’likke ten’sizliklerdin’ jubı esabında qarawg’a boladı:

$$g(x) = 0 \leftrightarrow \begin{cases} -\mathrm{g(x)} \leq 0, \\ \mathrm{g(x)} \leq 0 \end{cases}$$

Sonday-aq, ten’liklerdin’ sistemasın barqulla tek bir ten’likke keltiriwge boladı:

$$g_i(x) = 0, \quad i=\overline{1,m} \leftrightarrow \sum_{i=1}^{m} g_i^2(x) = 0$$

Usılardı esapqa alıp, (1)-(3) og’an ten’ ku’shli bolg’an

$$f(x) \to \min(\max), \qquad (1.4)$$

$$g_i(x) = b_i, \quad i=\overline{1,m} \ (\text{yamasa } g_i(x) \leq b_i, \quad i=\overline{1,m}) \qquad (1.5)$$

ko’rinisindegi ma’sele menen almastırıwg’a boladı.

Aldag’ı waqıtta mu’mkin bolg’an D ko’pligi n o’lshemli E^n Evklid ken’isliginde jaylasqan, shekli o’lshemli SEP ma’selelerin qaraymız (Vektorlardı qosıw ha’m sang’a ko’beytiw a’melleri, eki vektordın’ skalyar ko’beymesi ha’m arasındag’ı qashıqlıq tu’sinikleri kirgizilgen, n o’lshemli $x=(x_1, x_2,...x_n)$ vektorlarının’ ko’pligi n *o’lshemli Evklid ken’isligi dep ataladı*. Bul ken’islikte $x=(x_1, x_2,...x_n)$, $y=(y_1, y_2,..., y_n) \in E^n$ vektorlarının’ skalyar ko’beymesi $(x,y) = x_1y_1 + x_2y_2 + ... + x_ny_n = \sum_{i=1}^{n} x_iy_i$ formulası menen, al $x \in E^n$ vektorının’ norması $\|x\| = [(x,x)]^{1/2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$ formulası menen anıqlanadı. Sonlıqtan $x, y \in E^n$ vektorlarının’ arasındag’ı qashıqlıq $\rho(x,y) = \|x-y\| = [(x-y, x-y)]^{1/2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2}$ formulası menen an’latılatug’ının eske salıp o’temiz).

Berilgen (1)-(3) SEP ma'selesinin' sheshimi tu'siniginin' o'zi bir ma'nisli emes. Sonlıqtan onı da'lirek anıqlaw talap etiledi.

Egerde barlıq $x \in D$ ushın

$$f(x^*) \le f(x) \quad (f(x^*) \ge f(x)) \qquad (1.6)$$

ten'sizligi orınlansa, onda $x^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$ noqatı $f(x)$ funktsiyasının' $D \subset E^n$ ko'pligindegi *globallıq minimum (maksimum) noqatı yamasa (1)-(3) ma'selesinin' globallıq sheshimi dep ataladı.*

Meyli, $S(x^*, \varepsilon) = \{x \in E^n / \|x - x^*\| \le \varepsilon\} - \varepsilon > 0$ radiuslı ha'm orayı x^* noqatında bolg'an tuyıq shar bar bolsın. Egerde barlıq $x \in D \cap S(x^*, \varepsilon)$ ushın

$$f(x^*) \le f(x) \quad (f(x^*) \ge f(x)) \qquad (1.7)$$

ten'sizligi orınlansa , onda x^* noqatı $f(x)$ funktsiyasının' $D \subset E^n$ ko'pligindegi *lokallıq minimum (maksimum) noqatı yamasa (1)-(3) ma'selesinin' lokallıq sheshimi dep ataladı* ("Globallıq" ataması frantsuzdın' "global"-"ulıwmalıq" ha'm latınnın' "globus"-"shar" degen so'zlerinen alıng'an bolıp, bizin'she " ha'r ta'repleme", "tolıq", "ulıwmalıq" degen ma'nislerdi an'latadı. Al, "lokallıq" ataması latınnın' "localis" degen so'zinen alıng'an bolıp, bizin'she "jergilikli", "belgili shekten sırtqa shıqpaytug'ın" degen ma'nislerdi an'latadı).

Egerde (6), (7) ten'sizlikleri $x \ne x^*$ bolg'anda qatan' ten'sizlikler bolsa, onda x^* qatan' *globallıq minimum (maksimum) ha'm qatan' lokallıq minimum (maksimum) noqatı yamasa (1)-(3) ma'selesinin' qatan' sheshimi dep ataladı*. Ma'selenin' globallıq sheshimi, onın' lokallıq sheshimi de boladı, biraq kerisinshe tastıyıqlaw barqulla durıs bola bermeydi.

Adebiyatlar

1. Otarov A.O., Allanazarov J.P., Otarov A.A. Sızıqlı emes programmalastırıw máselelerin sheshiw usılları. Nókis. Bilim. 2009.

2. Elster K.X. Vvedenie v nelineynoe programmirovanie.-M. Nauka. 1985.

Annotaciya

Bul jumısta sızıqlı emes programmalastırıwdıń ulıwma máselesi qaralıp, onda sızıqlı emes programmalastırıwdıń sızıqlı programmalastırıw máselesinen parqı, maqset funkcia, shegaralıq shártler, múmkin bolǵan sheshimler kópligi, optimal sheshimler, lokal hám global ekstemum mánisler túsinikleri berilgen.

Bu ishta chiziqli emas dasturlashning umumiy masalasi qaralib, u yerda chiziqli emas dasturlashning chiziqli dasturlash masalasidan farqi, maqsad funkciya, chegaralik shartlar, mumkin bo'lgan yechimlar ko'pligi, optimal yechimlar, lokal va global ekstremum qiymatlar tushunchalari berilgan.

В этой работе рассмотрена общая проблема нелинейного программирования, где даны понятия отличия нелинейного программирования

от задачи линейного программирования, целевой функции, граничных условий, множества возможных решений, оптимальных решений, значений локальных и глобальных экстремумов.

In this paper, the general problem of nonlinear programming is considered, where the concepts of the difference between nonlinear programming and linear programming problems, objective functions, boundary conditions, a set of possible solutions, optimal solutions, values of local and global extremes are given.