KARRALI INTEGRALLAR VA ULARNI TADBIQ ETISH

Eshboyeva Farangiz Axmadjon qizi
Tuyliyev Islombek Sayfulla o'g'li
Otayorov Oxunjon Shovxiddin o'g'li
Samarqand davlat universiteti Kattaqo'rg'on filiali
"Axborot texnologiyalari" kafedrasi Matematika yo'nalishi talabalari
Utkir Ibragimov Baxrom o'g'li
Ilmiy rahbar: "Axborot texnologiyalari"
kafedrasi assisenti

Funksiyaning sohadagi ikki karrali integrali tegishli integral yig'indining ma'lum ma'nodagi limiti sifatida ta'riflanadi. Bu limit tushunchasi murakkab xarakterga ega bo'lib, uni shu ta'rif bo'yicha hisoblash hatto sodda hollarda ham ancha qiyin bo'ladi. Agar funksiyaning sohada integrallanuvchiligi ma'lum bo'lsa, unda bilamizki, integral yig'indi sohaning bo'laklash usuliga ham, har bir bo'lakda olingan nuqtalarga ham bog'liq bo'lmay, da yagona songa intiladi. Natijada funksiyaning ikki karrali integralini topish uchun birorta bo'laklashga nisbatan integral yig'indining limitini hisoblash etarli bo'ladi. Bu hol sohaning bo'laklashini hamda nuqtalarni integral yig'indini va uning limitini hisoblashga qulay qilib olish imkonini beradi.

1-teorema . f(x , y) funksiya (D) soxada integrallanuvchi bolishi uchun , olinganda ham shunday topilib , (D) soxaning diametri < bolgan har qanday bolinishga nisbatan Davriy yig'indilari S(f) – s(f) Tengsizlikni qanoatlantirishi zarur va yetarli.

2 – teorema . Agar f(x , y) funksiya chegaralangan yopiq (D) soxada berilgan va uzluksiz bolsa , u shu soxada integrallanuvchi boladi.

3 – teorema .Agar f(x , y) funksiya (D) soxada chegaralangan va bu soxa chekli sondagi nol yuzali chiziqlarida uzulishlarga ega bolib , qolgan barcha nuqtalarda uzliksiz bolsa , funksiya (D) soxada integrllanuvchiboladi.

Ikki karrali integral yordamida tekis shakilning yuzi ,jismning hajmini topish mumkin. Integral tarifidan bevosita (D) shakilning yuzi D= dy bolishi kelib chiqadi. 1 – misol .Ushbu dD (D) =0 Integralni 1 – tarif yordamida hisoblang.

Ravshanki f(x,y) =xy funksiya (D) da uzluksiz , demak 2 – teoremaga kora , u (D) da integrallanuvchi boladi . (D) soxani , y = (I , j =) chiziqlar yordamida bolaklarga ajratamiz va har bir da , deb qaraymiz u holda boladi. Bundan esa n va bolsa Demak,

2- misol . Ushbu Integralni 3 – tarif yordamida hisoblang , bunda D =(D) soxani x= 1+ y = 1 + (I =1 , n-1) chiziqlar yordamida bolaklarga ajratamiz 3 . Ikki karrali integrallar xossalari . Ikki karrali integrallarni xisoblash . f (x , y) funksiya (D) soxada intengrallanuvchi bolsin Bu funksiya (D) soxada tegishli bolgan nol yuzani L chiziqdagi (R⊂(D)) qiymatlarinigina ozgartirishdan xosil bolgan F(x , y) funksiya ham (D) soxada intgrallanuvchi bo'lib dD= dD bo'ladi.Funksiya (D) soxada berilgan bolib (D) soxa nol yuzi L chiziq bilan (M) va (N) soxalarga ajralgan bolsin . Agar funksiya (D) soxada integrallanuvchi bolsa , u (M) va (N) soxalarda integrallanuvchi bo`ladi. Deyarli har bir kishi "o'z terisida" uchlik integralni hisoblashning ma'nosini tushunishi mumkin. Aniqrog'i - "teri ostida", hatto aniqroq - ularning nafas olish organlarida - o'pkada. Siz bu haqda bilasizmi yoki yo'qligingizdan qat'i nazar, inson o'pkasida 700 milliondan ortiq alveolalar mavjud - kapillyarlar tarmog'i bilan o'ralgan vesikulyar shakllanishlar. Gaz almashinuvi alveolalar devorlari orqali sodir bo'ladi. Shuning uchun biz quyidagicha bahslashishimiz mumkin: yorug'likdagi gaz hajmi, ma'lum bir ixcham maydon shaklida ifodalanishi mumkin. Va bu hajm alveolalarda to'plangan kichik hajmlardan iborat. Ushbu taqqoslashda asosiy rolni o'pkada alveolalarning juda ko'pligi o'ynaydi: keyingi xatboshida ko'rib turganimizdek, uch karrali integral tushunchasi aynan shunday "katta sonli mayda narsalar" orqali matematik tarzda shakllantiriladi.

Nima uchun tananing hajmini topish uchun aynan uch karrali integral ishlatiladi V? Mintaqaga ruxsat bering V ichiga singan n ixtiyoriy hududlar D vi, va bu belgi nafaqat har bir kichik maydonni, balki uning hajmini ham anglatadi. Har bir bunday kichik maydonda ixtiyoriy nuqta tanlanadi Mi, a f(Mi)- funksiya qiymati f(M) Mazkur holatda. Endi biz bunday kichik maydonlarning sonini va eng katta diametri D ni maksimal darajada oshiramiz vi- aksincha, kamaytirish. Shaklning integral yig'indisini tuzishimiz mumkin. Agar funktsiya f(M) = f(x, y, z) uzluksiz, keyin bo'ladi integral summa chegarasi yuqorida ko'rsatilgan turdagi. Bu chegara deyiladi uch karra integral

Bunday holda, funktsiya f(M) = f(x, y, z) domenda integrallanuvchi deb ataladi V ; V- integratsiya sohasi; x, y, z- integratsiya o'zgaruvchilari, dv(yoki dx dy dz) hajm elementidir.

Ikki karrali integrallarda bo'lgani kabi, uch karrali integrallarni hisoblash ham kichik ko'paytmali integrallarni hisoblashga keltiriladi. Uch o'lchamli maydonni ko'rib chiqing V... Pastda va yuqorida (ya'ni, balandlikda) bu maydon sirtlar bilan cheklangan z = z1 (x, y) va z = z2 (x, y) ... Yonlarda (ya'ni, kenglikda) maydon yuzalar bilan cheklangan y = y1 (x) va y = y2 (x) ... Va nihoyat, chuqurlikda (agar siz o'q yo'nalishidagi maydonga qarasangiz ho'kiz) - yuzalar x = a va x = b Kichik ko'paytmali integrallarga o'tishni qo'llash uchun uch o'lchovli domen talab qilinadi. V to'g'ri edi. Bu to'g'ri chiziq o'qga parallel bo'lganda Oz, viloyat chegarasini kesib o'tadi V ikki nuqtadan oshmasligi kerak. Muntazam uch o'lchamli hududlar, masalan, to'rtburchaklar parallelepiped, ellipsoid, tetraedr. Quyidagi rasmda biz muammolarni hal qilish uchun birinchi misolda uchrashadigan to'rtburchaklar parallelepiped ko'rsatilgan.

To'g'rilik va noto'g'rilik o'rtasidagi farqni tasavvur qilish uchun, to'g'ri mintaqa uchun balandlikdagi hududning yuzasi ichkariga konkav bo'lmasligi kerakligini qo'shamiz. Quyidagi rasm noto'g'ri maydonning namunasidir. V- bir varaqli giperboloid, uning yuzasi tekis, o'qiga parallel Oz(qizil), ikkitadan ortiq nuqtada kesishadi. Biz faqat to'g'ri joylarni qamrab olamiz. Shunday qilib, hudud V- to'g'ri. Keyin har qanday funktsiya uchun f(x, y, z) hududda uzluksiz V, formula haqiqiydir. Bu formula ikki karrali integralning hisobini o'zgaruvchiga nisbatan ichki aniq integralning ketma-ket hisobiga kamaytirish imkonini beradi. z(doimiy bilan x va y) va ikki o'lchovli sohadagi tashqi qo'sh integral D Ikki karrali integraldan takroriy integralga o'tib, uch karra integralni hisoblash uchun quyidagi formulani olamiz:

Ikki o‘lchovli integral, uning xossalari, geometrik va mexanik ma’nosi. Ikki o‘lchovli integralni hisoblash. Rimanning karrali integrallar nazariyasi fazodagi Jordan o‘lchoviga asoslangan. Jordan bo‘yicha o‘lchovli to‘plamlarning asosiy xossalaridan biri, uning chegaralangan bo‘lishidir. To‘plam chegarasining Jordan o‘lchovi 0 ga teng bo‘lishi zarur va etarlidir. fazoda Jordan bo‘yicha o‘lchovga ega bo‘lgan to‘plamga kvadratlanuvchi (kublanuvchi) soha deyiladi. bo‘lganda karrali integrallar nazariyasi ikki karrali integrallar nazariyasidan prinsipial jihatdan farq qilmaganligi va ikki karrali integrallarni tasavvur qilish osonroq bo‘lganligi sababli biz asosan ikki karrali integrallar nazariyasini keltirish bilan kifoyalanamiz. Butun paragraf davomida biz qaralayotgan sohani kvadratlanuvchi deb faraz qilamiz. Aytaylik sohada funksiya aniqlangan bo‘lsin. sohani egri chiziqlar to‘ri yordamida n ta sohashalarga bo‘lamiz. sohada nuqta olib, ni hisoblaymiz hamda quyidagifunksiyaning soha uchun integral yig‘indisinituzamiz. Bu yerda sohaning yuzasi.

Ta’rif. Agar (1) integral yig‘indining 0 ga intilgandagi limiti mavjud bo‘lib, u chekli songa teng bo‘lsa hamda uning qiymati sohaning bo‘linish usuliga va nuqtalarning tanlanishiga bog‘liq bo‘lmasa, u holda o‘sha son funksiyaning soha bo‘yicha ikki karrali

integrali(Riman ma’nosidagi integrali) deyiladi.funksiya sohada integrallanuvchi deyiladi. Aks holda funkтsiya sohada integrallanuvchi emas deyiladi.

Izoh. Karrali integrallar uchun integrallanuvchi funksiya chegaralangan bo‘lishi shart emas. Lekin biz tasdiqlarning sodda bo‘lishi uchun paragraf davomida integrallanuvchi funksiyalardan ularning chegaralangan bo‘lishini talab qilamiz.

Ikki karrali integralni ham bir o‘zgaruvchili funksiyaning aniq integralidagi kabi Darbu yig‘indilari yordamida ham aniqlash mumkin.

2. Skalyar maydon. Skalyar maydonning sath chiziqlari, yo‘nalish bo‘yicha hosila, gradiyent.Skalyar kattalik o‘zining son qiymati bilan to‘la ifodalanadi (masalan, hajm, massa, zichlik, harorat va hokazolar). Ta’rif. Fazoning biror qismi (yoki butun fazoning) har bir nuqtasida biror skalyar miqdorning son qiymatianiqlangan bo‘lsa, bu miqdorning skalyar maydoni berilgan deyiladi. Masalan, harorat maydoni, birjinslimas muhitda zichlik maydoni, kuch maydon potensiali. Agar kattalik vaqtga bog‘liq bo‘lmasa, bu kattalik statsionar (yoki barqaror bo‘lmagan) maydon deyiladi. Biz faqat statsionar maydonlarni qarab chiqamiz. Shunday qilib, skalyar kattalik vaqtga bog‘liq bo‘lmasdan, balki faqat nuqtaning fazodagi o‘rniga bog‘liq bo‘ladi, ya’ni kattalik nuqtaning fazodagi funksiyasi sifatida qaraladi va ko‘rinishda belgilanadi. Bu funksiyani maydon funksiyasi deb ataymiz. Agar fazoda koordinatalar sistemasini kiritsak, u holda har bir nuqta ma’lum koordinatalarga ega bo‘ladi va skalyar funksiya shu koordinatalarning funksiyasi bo‘ladi: Shunday qilib, biz uch o‘zgaruvchili funksiyaning fizik talqiniga keldik.

Tekislikning qismida (yoki butun tekislikda) aniqlanadigan skalyar maydonni ham qarab chiqish mumkin, uning har bir nuqtasiga skalyar kattalikning son qiymati mos keladi, ya’ni . Agar tekislikning koordinatalar sistemasi kiritilsa, u holda har bir nuqta ma’lum koordinatalarga ega bo‘ladi va skalyar funksiya shu koordinatalarning funksiyasi bo‘ladi:

Skalyar maydonlarning xossalarini sath sirtlari yoki sath chiziqlari yordamida o‘rganish mumkin, ular shu maydonlarning geometrik tasviri hisoblanadi.

Ta’rif: differensiallanuvchi funksiya bilan berilgan skalyar maydonning nuqtadagi gradienti deb, bilan belgilanuvchi vektorga aytilib, uning proeksiyalari vazifasini shu funksiyaning xususiy hosilalari qiymatlari bajaradi, ya’ni: Gradientning proeksiyalari nuqtani tanlashga bog‘liq bo‘ladi va shu nuqtaning koordinatalari o‘zgarishi bilan o‘zgaradi. Binobarin, funksiya bilan berilgan skalyar maydonning har bir nuqtasiga ma’lum bir vektor - shu funksiyaning gradienti mos qo‘yiladi. Gradientning ta’rifidan foydalanib, yo‘nalish bo‘yicha hosilani ifodalovchi formulani yozish mumkin: 5. Birinchi va ikkinchi tur egri chiziqli integrallarning ta’rifi, ularning xossalari va ularni hisoblash. Ushbu funksiyalar kesmada aniqlangan va uzluksiz bo`lib, ular ning turli qiymatlariga da turli nuqtalarni mos qo`ysin. Bu holda kesmaning funksiyalar yordamida da hosil bo`ladigan aksi ga sodda egri chiziq deyiladi: egri chiziqning boshlang`ich nuqtasi nuqtaga esa egri chiziqning oxirgi nuqtasi deb ataladi. Biz qaralayotgan egri chiziq to`g`rilanuvchi, ya`ni chekli uzunlikka ega bo`lsin deb faraz qilamiz. Aytaylik, xOy tekisligida biror sodda egri chiziq yoyi va bu yoyda funksiya berilgan bo`lsin. egri chiziqni A dan V ga qarab nuqtalar yordamida n ta ( ) yoyga ajratamiz. yoyning uzunligini va deb belgilaymiz. yig`indini tuzamiz. Ta`rif. Agar bo`lib, u chekli I soniga teng bo`lsa va I ning qiymati ning bo`linish usuliga hamda nuqtalarning tanlanishiga bog`liq bo`lmasa, u holda shu I soniga funksiyaning egri chiziq bo`yicha birinshi tur egri chiziqli integralideb ataladi va u kabi belgilanadi. Shunday qilib, Birinchi tur egri chiziqli integrallar quyidagi xossalarga ega.

Birinchi va ikkinchi tur sirt integrali ta’rifi, xossalari, uni hisoblash. Stoks formulasi.

Birinchi tur egri chiziqli integrallar oddiy aniq integrallarning qanday umumlashtirilishi bo`lsa, birinchi tur sirt integrallari ham ikki karrali integrallarining shunday tabiiy umumlashtirilishidir. Bizga bo`lakli silliq kontur bilan chegaralangan ikki tomonli silliq (yoki bo`lakli silliq) sirt berilgan bo`lib, funksiya shu sirtda aniqlangan bo`lsin. (S) sirtni tarzda o`tkazilgan egri chiziqlar to`ri yordamida qismlarga ajratamiz. ning yuzasini deb belgilaymiz .Har bir da nuqta olib integral yig`indini tuzamiz va deb belgilaymiz. Ta’rif. Agar mavjud va chekli bo`lib, I ning qiymati (S) sirtning bo`linish usuli hamda nuqtalarning tanlanishiga bog`liq bo`lmasa, u holda I ga funksiyadan (S) sirt bo`yicha olingan 1-tur sirt integrali deyiladi va Stoks formulasi o`rinli bo`ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Salohiddinov M.S., Nasriddinov G ’.N. Oddiy differensial tenglamalar. T: 1994.
2. J o ’raev T. va boshqalar. Oliy matematika asoslari. 2-q. T.: «O ’zbekiston». 1999.
3. Берман Г.Н., Сборник задач по курсу математического анализа. М.: Наука 1985.
4. Hikmatov A.G., Toshmetov O ’.T., Karasheva K., Matematik analizdan mashq va Imasalalar to ’plami. T.: 1987.
5. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Ижевск: НИЦ “ Регулярная и хаотическая динамика” . 2000.
6. А.К.Боярчук, Г.Г1.Головач. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах. Справочное пособие по высшей математике. Т. 5. М.: Эдиториал УРСС, 2001.
7. узнецов JI.A. «Сборник заданий по высшей математике». М.: Высшая школа, 1994.
8. Jo’rayev T. Va boshqalar. Oliy matematika asoslari. 2-q. T.: “ O’zbekiston” 1999.
9. Hikmatov A.G., Toshmetov O’.T., Karasheva K., Matematik analizdan mashq va masalalar to’plami. T.: 1987.
10. N. Dilmurodov “Differensial tenglamalar kurdi” II jild Qarshi Davlat Universiteti-2013 yil