BOSHQARILUVCHI MARKOV ZANJIR TURLARI

Islomova Gulsora
Namangan viloyati Norin tumani 15-maktab matematika o’qituvchisi
Mashrapov Quvonchbek
Namangan viloyati Namangan tumani 2-son kasb-hunar maktabi matematika o’qituvchisi
Turg’unova Xanifa
Namangan viloyati Namangan tumani 2-son kasb-hunar maktabi matematika o’qituvchisi

Annotatsiya: *Maqolada Markov zanjiri haqida va uning qaysi sohalarda,masalalarda ishlatilishi bayon etilgan.*

Kalit so’zlar: *Markov zanjiri, Markov o‘yinlari,Imitatsion model, dinamik dasturlash, Markov zanjirining o‘tish jadvali xossasi*

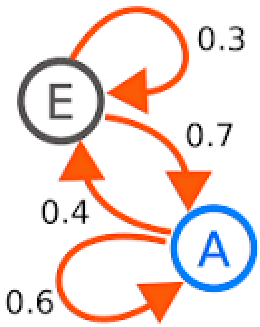
Markov zanjiri orqali tavsiflangan jarayonlarda yechim qabul qilish boshqaruv sistemalarida, jarayonlar tadqiqotida, ishonchlik nazariyasida, boshqaruv nazariyasida va boshqa amaliy sohalarda keng qo'llaniladi. Fan va texnikaning turli sohalariga tegishli bo'lgan jarayonlarni Markov zanjiriga keltirish orqali to'la o'rganish mumkin. Masalan, jamiyatshunoslik sohasida aholining ijtimoiy va kasbiy-hunar tarkibini, migratsiya va boshqa o'zgarish muammolarini tadqiq qilishda Markov zanjirlari nazariyasidan foydalanish mumkin. Biologiyada ayrim hayvonot va o'simlik turlari o'zgarishi xarakterlarini o'rganish Markov zanjirlari yordarnida olib boriladi. Fizikada gazlarning diffuziyasini o'rganishda Markov zanjirlari nazariyasining natijalaridan foydalaniladi. Texnikada Markov zanjirlari yordamida ma’lumotlarni uzatish, bir qator texnologik jarayonlarning, murakkab texnik sistemalarda ishlovchanligini nazorat qilish va kamchiliklarini topish jarayonlarini tavsiflash qaraladi.

Murakkab harakatdagi sistemalarni o'rganishda matematik model sifatida Markov jarayonini tatbiq etish ijobiy natijalarga olib keladi. Bunda, Markov zanjirini asosan ikkita tushuncha holatlar va bir holatdan ikkinchi holatga o'tish ehtimolliklarini ifodalovchi o'tish jadvallari tashkil etsa, Markov jarayonida bulardan tashqari yana ikki element yechim va yutuq tushuncha- lari luun ishtirok qiladi. Bunda holatlar chekli yoki cheksiz sonda bo'lishi mumkin. Bu yerda asosan, holatlar soni chekli hamda o'tishlar sonini raqamlab chiqish (diskret holga keltirish) mumkin bo‘lgandagi Markov jarayonlari ko'riladi. Shu bilan birga har bir qadamda olinadigan yutuq miqdorini qayta yoki o‘zgarmas baholash sifatida ko‘rish mumkin. Ko‘rsatiladiki, birinchi holda o'tishlar soni cheksiz bo'lganda ham yutuqning miqdorini aniq ko'rsatish mumkin, ikkinchi holda olinadigan yutuqning qandaydir ma’noda "o‘rtacha" si olinadi.

Imitatsion modellashtirishning maqsadi tadqiq qilinayotgan sistemaning elementlari orasidagi eng muhim bog'lanishlarni tahlil qilish asosida uning harakatini aks ettirishdan iborat. Imitatsion modelni tadqiq qilish natijasi, odatda, imitatsiya qilinayotgan sistemaning operatsion (funksional) parametrlari qiymatlarini baholashdan iborat bo'ladi. Masalan, ixtiyoriy ommaviy xizmat ko'rsatish sistemasi haraktini imitatsion modellashtirishda amaliy tarafdan o'rtacha xizmat ko'rsatish vaqti, navbat kutib turganlarning o'rtacha soni, sistemaning majbur bekor turish vaqti va boshqa parametrlar qiymatlari qiziqish uyg'otish mumkin. Imitatsion modellashtirishni statistik tajriba deb qarash kerak. Yuqorida ko'rilgan matematik modellar sistemani vaqtga nisbatan turg'un ishlashini aks ettirgan bo'lsa, bundan farq qilgan holda, imitatsion modellar tajribada yo'l qo'yilgan xatoliklarni kuzatishdan iborat bo'ladi. Bu degani modellashtirilayotgan sistemaga tegishli bo'lgan ixtiyoriy tasdiqmos statistik tekshiruv natijalariga asoslangan bo'lishi zarur.

Imitatsion modellashtirish tajriba sifatida to'la EHM da amalga oshirilishi bilan, u laboratoriya tajribasidan farq qiladi. Sistemaning tarkibiy qismlarini o'zaro bog'liqliklarini matematik munosabatlar yordamida tasnif qilish bilan, tabiiy sharoitdagi tajribaga murojaat qilmasdan (bunda, albatta, hosil qilingan soddalashtirilgan model doirasida), tadqiq qilinayotgan sistema haqida zaruriy ma’lumotlarni olish mumkin. Bunda, shuni ta’kidlash lozimki, murakkab sistemaning ishlashini batafsil tekshirish nuqtayi nazardan imitatsion modellashtirish ancha ko‘p moslashuvchanlik xususiyatiga ega ("klassik" matematik modellashtirishga nisbatan). Ammo shuni esdan chiqarmaslik kerakki, imitatsion modellar ortiq darajada moslanuvchan bo'lishi bilan birga, ayniqsa, modellashtirilayotgan sistemaning ishlashini optimallashtirish uchun, ko'p mablag', vaqt talab etiladi.

Endi bog`langan tajribalarning eng sodda holi Markov zanjirlarini qarab chiqamiz.U birinchi marta rus matematigi A.A.Markav(1856-1922) tomonidan



o`rganilgan.

Faraz qilamiz tajribalar ketma-ketligi o`tkazilayotgan bo`lsin. Har bir tajribada $A_1^{(s)}, A_2^{(s)}, \dots, A_k^{(s)}$ hodisalardan faqat va faqat bittasi ro`y berishi mumkin bo`lsin.

Bu yerda s-tajribaning tartib raqami.

Ta`rif.** Agar $s$-tajribada bizg ma`lum hodisa ro`y berganlik shartida $(s+1)$-tartibda $A_j^{(s+1)}$ hodisaning ro`y berish shartli ehtimolligi s-tajribada qanday hodisa ro`y berganligigagina bog`liq bo`lib, $s$-dan oldingi tajribalar natijasi haqidagi ma`lumotlar ta`sirida o`zgarmasa, bunday tajribalar ketma-ketligi ***Markov zanjiri* deyiladi.

1-misol. Zarrachaning to`g`ri chiziq bo`yicha harakatini qaraymiz.

$E_1 \quad E_2 \qquad\qquad E_{k-1} \quad E_k$

$a \quad a+1 \qquad\qquad b-1 \quad b$

Zarracha koordinatalari $a, a+1, a+2, \ldots, b \quad (a, b \in Z)$ nuqtalar bo`yicha tasodifiy turtki natijasida harakatlanadi.

Zarracha p ehtimol bilan bir qadam o`ngga, $q$ ehtimol bilan bir qadam chapga harakatlanadi, agar zarracha $E_1$ va $E_k$ nuqtalarda bo`lmasa. Agar zarracha E_1 yoki E_k da bo`lsa, bir ehtimol bilan $E_2$ yoki $E_{k-1}$ ga o`tadi. Zarrachaning bunday qonun bo`yicha harakati Markov zanjiriga misol bo`la oladi.

Markov zanjiri va dinamik dasturlash **Quyidagi ehtimollik modeliga Markov zanjiri deb ataladi :**

1. Model vaqtning istalgan paytida quyidagi n ta holatlarning faqat bittasida bo'ladi:

$\{ S_1, S_2, \ldots, S_n \}$

ayrim hollarda ulardan bittasi boshlang'ich holat sifatida tanlab olinadi;

2 . Har bir holatlar juftligi S_i va S_j lar uchun, S_t dan S_j ga o'tish ehtimoli P_{ij} aniqlangan bo'lib, ular

$$\sum_{j=1}^{n} Pij = 1$$

shartni qanoatlantiradi.

Ayrim p_{ij} larning nolga teng bo'lishligi, mos o'tishning mumkin emasligini bildiradi. Markov zanjirini yo'naltirilgan graf yoki jadval ko'rinishda berish mumkin. Grafning uchlari zanjirning holatlariga mos kelib, ularni soddalik uchun, S_i lar bilan belgilash mumkin. Mabodo, $p_i > 0$ bo'lsa, S_i uchdan S_j uchga yo'naltirilgan yoy o'tkaziladi, mabodo $p_{ij} = 0$ bo'lsa, mos yoy o'tkazilmaydi. Shu qoida bilan qurilgan graf *Markov zanjirining o ‘tish grafi* deb ataladi. Shu bilan birga Markov zanjirini n x n o'lchamli jadval ko'rinishda ham ifodalash mumkin, bunda jadvalning i — satri bilan j — ustuni kesishgan joyda p_{ij} soni yozilgan bo'ladi. Bunday jadval *Markov zanjirining o ‘tish jadvali* deb ataladi.

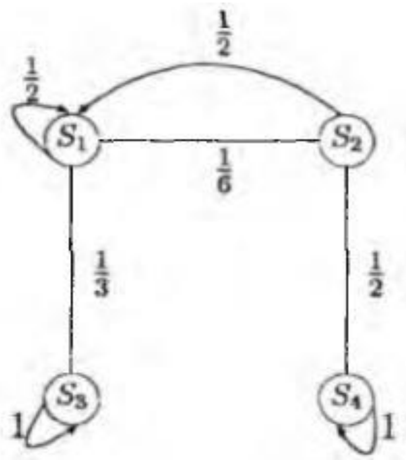
Markov zanjirining o'tish grafi zanjirdagi harakatlarni aniq tasavvur qilishga qulaylik yaratsa, Markov zanjirining o'tish jadvali esa zanjir bilan bog'liq bo'lgan turli hisoblarni amalga oshirishga qulaylik tug'diradi.

Ta’rifdan ko'rinib turibdiki, Markov zanjiri ehtimollik ishtirok etgan jarayonlarni modellashtirish bilan, jarayon diskret vaqtlar mobaynida ro'y beradi.

Boshlang'ich paytda ko'rilayotgan obyekt boshlang'ich holatda bo'ladi. Keyingi vaqt mobaynida o'tish jadvali yordamida aniqlangan ehtimollik asosida navbatdagi holatga o'tiladi.

Quyidagi misolni qaraylik.O’yin toshi 6 tomonga ega bo'lgan kubikni tavakkaliga tashlasin. Agar kubikning 1, 2 va 3 tomonlari tushsa, o'yinehi kubikni qaytadan tashlaydi. Agar kubikning 4 yoki 5 tomonlari tushsa, u holda o'yinni yutqazadi. Agar kubikning 6 tomoni tushsa, u holda o'yinni tanga tashlashga o'tadi. Bunda, agar tanganing tam g'a tomoni tushsa, u holda o'yinehi yutadi, aks holda yana kubik tashlash bilan jarayon qaytadan, yuqoridagi qoida asosida davom etadi. Bu jarayonni Markov zanjiri sifatida ifodalash uchun, quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

S_1 — kubikni tashlash; S_2 — tangani tashlash; S_3 — vutqazish; S_4 — yutish. Endi ushbu jarayonga mos Markov zanjirining o'tish grafini keltiramiz. Buning uchun, o'tish ehtimolliklari p_{ij} larning qiymatlarini aniqlaymiz. S_i holatdan S_j holatga o'tish ehtimolini hisoblaymiz: kubik tashlanganda 1, 2 va 3 tomonlarning birortasini tushish ehtimoli $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ ga teng, shu sababli p_{11} — $\frac{1}{2}$ bo'ladi. Kubik tashlanganda 4 va 5 tomonlarning birortasini tushish ehtimoli $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ ga teng, shu sababli $p_{13} = \frac{1}{3}$ bo'ladi. Xuddi kubik tashlanganda 6 tomonining tushish ehtimoli $\frac{1}{6}$ ga teng, shu sababli $p_{12} = \frac{1}{6}$ bo'ladi. Kubik tashlash jarayonida o'yinehi yutuqqa ega bo'lmadi, shu sababli S_1 holatdan S_4 holatga o'tish ro'y bermaydi, demak, $P_{14} = 0$ bo'ladi.



1.1-rasm. Markov zanjirining o'tish grafi

Tanga tashlashda uning tam g'a tomonining tushish ehtimoli $\frac{1}{2}$ ga teng, shu sababli $P_{24} = \frac{1}{2}$ bo'ladi.

Tanga tashlashda uning raqam tomonining tushish ehtimoli $\frac{1}{2}$ ga teng, shu sababli P_{21} = $\frac{1}{2}$ bo'ladi. S_2 holatdan S_2 va S_3 holatlarga o'tish mumkin bo'lmaganligi sababli p_{22}= p_{23} = 0 bo'ladi.

Mabodo, o'yinehi yutqazsa u holda o'yin tugaydi. Markov zanjiri nuqtayi nazaridan bu S3 dan S3 o'tish ehtimoli 1 ga teng degani, ya’ni $P_{33} = 1$ va $p_{31} = p_{32} = p_{34} = 0$ bo'ladi.

Shu ma’noda S_3 holat *yutish holati* bo'ladi, ya’ni obyekt S_3 holatga tushgandan so'ng, shu holatda cheksiz vaqt qoladi.

Shunga o'xshash, agar o'yinehi yutsa, u holda S_4 holatdan S_4 holatga o'tish ehtimoli 1 ga teng, ya’ni $P_{44} = 1$ va $p_{41} = p_{42} = P_{43} = 0$ bo'ladi.

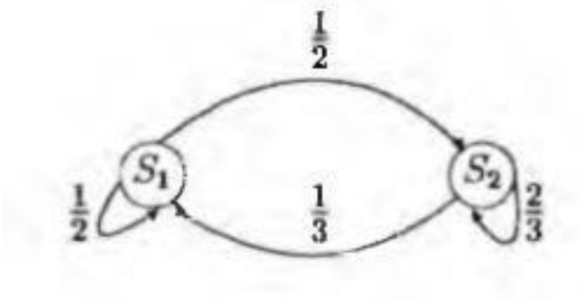
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Markov zanjirining o'tish grafi 1.1-rasmda keltirilgan. Markov zanjirining o‘tish jadvali esa quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

Markov zanjirining o‘tish jadvali xossasi

Obi havoning o'zgarishi bilan bog'liq bo'lgan quyidagi Markov zanjirini qaraylik.

Faraz qilaylik, kuzatishlar va statistik ma’lumotlar asosida quyidagi xulosaga kelingan. Agar bugun havo ochiq bo'lsa, ertaga ham havoning ochiq bo'lishlik ehtimoli $\frac{1}{2}$ yomg'ir yog'ish ehtimoli ham $\frac{1}{2}$| teng. Agar bugun yomg'ir yoqqan bo'lsa, ertaga havoning ochiq kelishlik ehtimoli $\frac{1}{3}$ yomg'ir yog'ishlik ehtimoli $\frac{2}{3}$ ga teng.



S_1 bilan havoning ochiq bo'lishlik, S_2 bilan yomg'irli bo'lishlik holatlarini belgilaylik. U holda mos Markov zanjirining grafi quyidagi ko'rinishda bo'ladi (1.2-rasm):

Ob-havo o ‘zgarishining Markov zanjiri

Ushbu misol uchun, Markov zanjirining o'tish jadvali quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}.$$

Ushbu Markov zanjiri faqat bir kundan so'ng ro'y beradigan ob-havo holati to'g'risida ma’lumot beradi. Savol tug'iladi, ikki, uch va hokazo kunlardan keyin ro‘y beradigan ob-havo to ‘g‘risida ma’lumot olish mumkinmi?

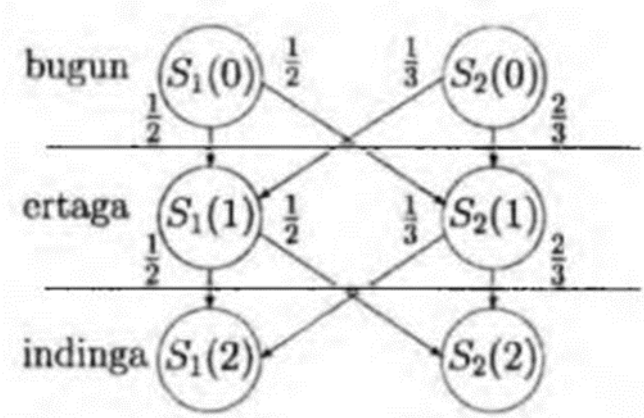
Agar $S_i(n)$ bilan n — kunda havoning ochiq kelish holatini, $S_2(n)$ bilan n — kunda havoning yomg‘irli kelish holatini belgilaylik.

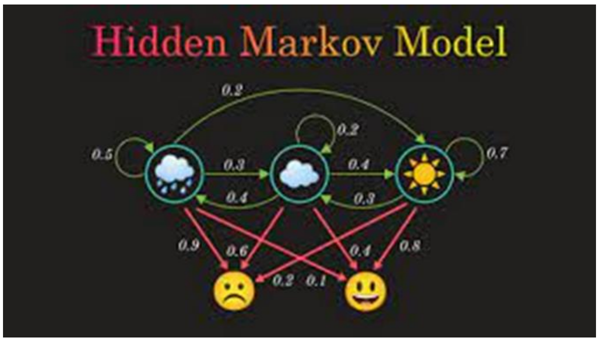
Faraz qilaylik, boshlanishda $S_1(0)$ holatda turgan bo‘laylik. $S_2(2)$ holatga ikki yo‘l bilan o‘tish mumkin.

1. $S_1(O) \to S_1(1) \to S_1(2)$. Bu bildiradiki avval ochiq, crtasiga ham ochiq, indiniga ham ochiq havo bo‘lishligini.

2. $S_1(O) \to S_2(1) \to S_1(2)$. Bu bildiradiki avval ochiq, ertasiga yomg‘ir, indiniga ochiq havo bo'lganligini. Bularga mos kelgan

graf ko'rinishi quyidagicha bo'ladi. 2 kunlik Markov zanjiri





Birinchi variantda quyidagi ikkita bog'liqsiz hodisalar bir vaqtda ro'y beradi: 1) havo ochiq, kelgusi kun ham ochiq;

2) havo ochiq, kelgusi kun ham ochiq.

Ushbu hodisalarning har birining sodir bo'lishlik ehtimolliklari| ga teng, shu sababli ularning "bir vaqtda" sodir bo'lish ehtimolliklari | | \ ga teng. Ikkinchi variantda quyidagi bog'liqsiz hodisalar "bir vaqtda" ro'y beradi:

1) have ochiq, kelgusi kun yomg'irli; 2) havo yomg'irli, kelgusi kim ochiq.

Birinchi hodisaning ro'y berish ehtimoli ~ ga, ikkinchisiniki ~ teng, shu sababli ikkala hodisaning bir vaqtda ro'y berish ehtimoli i ■ ± | ga teng. Ko'rilgan $S_1(O)\rightarrow S_2(1)\rightarrow S_1(2)$. va $S_1(O)\rightarrow S_2(1)\rightarrow S_1(2)$. hodisalar birgalikda emas, ya'ni ularning faqat bittasi ro'y berishi mumkin. $S_1(0)$ dan $S_1(2)$ ga o'tishning boshqa variantlari yo'q.

Xulosa qilib aytganda Markov zanjiri qidiruv tizimlarida,odamlarga yoqishi mumkin bo`lgan kontentlarda avtomatik yo yarimavtimatik dasturlarni yaratishda basiz dastur qismiga aylanib bizga kerakli natijani topishga yordam bera oladigan algoritmlar uchun juda ahamiyatlidir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Gagniuc, Paul A. (2017). Markov Chains: From Theory to Implementation and Experimentation. USA, NJ: John Wiley & Sons. pp. 1–235. ISBN 978-1-119-38755-8.

2. ^ "Markov chain | Definition of Markov chain in US English by Oxford Dictionaries". Oxford Dictionaries. Archived from the original on December 15, 2017. Retrieved 2017-12-14.

3. ^ Definition at Brilliant.org "Brilliant Math and Science Wiki". Retrieved on 12 May 2019

4. ^ Samuel Karlin; Howard E. Taylor (2 December 2012). A First Course in Stochastic Processes. Academic Press. p. 47. ISBN 978-0-08-057041-9. Archived from the original on 23 March 2017.

5. ^ Bruce Hajek (12 March 2015). Random Processes for Engineers. Google Books. Cambridge University Press. ISBN 978-1-316-24124-0. Archived from the original on 23 March 2017.

6. ^ G. Latouche; V. Ramaswami (1 January 1999). Introduction to Matrix Analytic Methods in Stochastic Modeling. SIAM. pp. 4–. ISBN 978-0-89871-425-8. Archived from the original on 23 March 2017.

7. ^ Jump up to:a b Sean Meyn; Richard L. Tweedie (2 April 2009). Markov Chains and Stochastic Stability. Cambridge University Press. p. 3. ISBN 978-0-521-73182-9. Archived from the original on 23 March 2017.

8. ^ Reuven Y. Rubinstein; Dirk P. Kroese (20 September 2011). Simulation and the Monte Carlo Method. John Wiley & Sons. p. 225. ISBN 978-1-118-21052-9. Archived from the original on 23 March 2017.

9. ^ Dani Gamerman; Hedibert F. Lopes (10 May 2006). Markov Chain Monte Carlo: Stochastic Simulation for Bayesian Inference, Second Edition. CRC Press. ISBN 978-1-58488-587-0. Archived from the original on 23 March 2017.