



YUQORI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI O'QITISH METODIKASI

Yuldashev Sanjarbek Arslon o'g'li*Assistent o'qituvchi
Toshkent moliya instituti
O'zbekiston Respublikasi*

Annotatsiya: Hozirgi kunda matematikaning differensial tenglamalar bo'limi juda rivojlanmoqda. Ta'lim sohasida esa alohida e'tibor qaratilmoqda shu bilan birgalikda differensial tenglamalar orqali ko'pgina masalalar o'z yechimini topmoqda. Differensial tenglamalarga oid masalalarni yechishda turli sohalarda keng qo'llanilmoqda. Masalan: ta'lim, tibbiyot, qurilish va boshqalar. Yuqori tartibli differensial tenglamalarni tartibini pasaytirish hamda ularning yo'llari, ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsentli differensial tenglamalar hamda bir jinsli bo'lgan va bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalarni yechish usullari hamda yo'llari orqali differensial tenglamalar faniga bir muncha kirib boramiz hamda ularni o'rganamiz.

Kalit so'zlar: Differensial tenglamalar, xususiy hosila, oddiy differensial tenglamalar, tenglamaning tartibi, chiziqli differensial tenglama, bir jinsli chiziqli differensial tenglama.

Abstract: Today, the differential equations section of mathematics is developing very much. Special attention is being paid in the field of education, and many problems are being solved through differential equations. It is widely used in various fields to solve problems related to differential equations. For example : education, medicine, construction and others. We will get a little deeper into the science of differential equations by reducing the order of higher-order differential equations and their ways, second-order differential equations with constant coefficients, and the methods and ways of solving homogeneous and non-homogeneous differential equations. we learn.

Key words: Differential equations, particular derivative, ordinary differential equations, order of the equation, linear differential equation, homogeneous linear differential equation.

Аннотация: В настоящее время раздел математики, посвященный дифференциальным уравнениям, очень активно развивается. Особое внимание уделяется в сфере образования, и многие задачи решаются с помощью дифференциальных уравнений. Он широко используется в различных областях для решения задач, связанных с дифференциальными уравнениями. Для Пример: образование, медицина, строительство и другие. Немного углубимся в науку о дифференциальных уравнениях, понизив порядок дифференциальных уравнений высших порядков и их способы, дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, а также методы и способы решения однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. мы учим.



Ключевые слова: Дифференциальные уравнения, частная производная, обыкновенные дифференциальные уравнения, порядок уравнения, линейное дифференциальное уравнение, линейное однородное дифференциальное уравнение.

KIRISH

Ikkinchi tartibli differensial tenglamalarni yechish uchun ularni birinchi bo'lip shaklini bilip olishimiz kerak.

$y'' = f(x)$ ko'rinishdagi tenglamalar ring soda, ikkinchi tartibli differensial tenglamalar deyiladi.

Bunday tenglamalarni $y' = dy/dx = p$ belgilash kiritib yechiladi. U holda

$$y' = dy/dx = f(x)$$

yoki

$$dp = f(x)dx$$

bo'ladi.

Ikkala tomondan integral olsak: $p = \int f(x)dx = F_1(x) + C_1$ bo'ladi. Bundan

$$p = dy/dx = F_1(x) + C$$

$$dy = [F_1(x) + C_1]dx$$

yana bir marta integral olsak:

$$y = \int F_1(x)dx + C_1 \int dx \text{ Yoki}$$

$$y = F_2(x) + C_1x + C_2.$$

Bu berilgan, ikkinchi tartibli differensial tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

Misol. $y'' = \sin x$ tenglamani yeching.

Yechishi. $y' = dy/dx = p$ belgilash kiritamiz, natijada:

$$y' = dy/dx \text{ yoki } dy/dx = \sin x \quad p = \int \sin x dx = -\cos x + C_1 \quad dy/dx = -\cos x + C_1,$$

$$\text{bundan } dy = (-\cos x + C_1)dx$$

$$\text{Intebral olsak: } y = -\int \cos x dx + C_1 \int dx.$$

Shunday qilib, umumiy yechim quyidagicha bo'ladi:

$$y = -\sin x + C_1x + C_2.$$

Tekshirish: $y' = -\cos x + C_1$ yoki $y' = -\cos x + C$; $y'' = \sin x$.

Bir jinsli chiziqli tenglamalar. Ushbu $a_0y'' + a_1y' + a_2y = f(x)$

(bunda $a_0, a_1, a_2, f(x)$ lar x ning funksiyalari yoki o'zgarmas sonlar) ko'rinishdagi tenglama ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglama deyiladi.

Agar $f(x) = 0$ bo'lsa tenglama, ya'ni

$$y'' + a_1y' + a_2y = f(x) \tag{1}$$

tenglama bir jinsli chiziqli tenglama deyiladi. (1) va (2) tenglamalarning chap tomoni y, y', y'' larga nisbatan birinchi darajali bir jinsli funksiyadir.

1- teorema. Agar y_1 va y_2 - ikkinchi tartibli bir jinsli $y'' + a_1y' + a_2y = 0$ differensial tenglamaning ikkita xususiy yechimi bo'lsa, u holda $y_1 + y_2$ ham bu tenglamaning yechimi bo'ladi.

Isbot. y_1 va y_2 lar tenglamaning yechimi bo'lgani uchun



$$y_1 + a_1 y_1 + a_2 y_1 = 0 \quad (3)$$

$$y_2 + a_1 y_2 + a_2 y_2 = 0$$

bo'ladi. (2) tenglamaga $y_1 + y_2$ ni qo'yamiz va (3) ni e'tiborga olsak:

$$(y_1 + y_2) + a_1(y_1 + y_2) + a_2(y_1 + y_2) = (y_1 + a_2 y_1 + a_2 y_1) + (y_2 + a_1 y_2 + a_2 y_2) = 0 + 0 = 0$$

bo'ladi va $y_1 + y_2$ ham tenglamaning yechimi ekanligi kelib chiqadi.

2- teorema. Agar y_1 (22) tenglamaning yechimi bo'lib, C ixtiyoriy o'zgarmas miqdor bo'lib, u holda Cy_1 ham (22) tenglamaning yechimi bo'ladi.

Isbot. (22) tenglamaga Cy_1 ni qo'yamiz, u holda

$$Cy_1 + Ca_1 y_1 + Ca_2 y_1 = C(Cy_1 + a_1 y_1 + a_2 y_1) = C \cdot 0 = 0$$

Bo'ladi. Teorema isbotlandi.

3- teorema. Agar y_1 va y_2 (2) tenglamaning ikkita chiziqli erkli yechimi bo'lsa, u holda $y = C_1 y_1 + C_2 y_2$ (bu yerda C_1 va C_2 ixtiyoriy o'zgarmas miqdorlar) ham (2) tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

Bu teoremaning isboti 1 - va 2 - teoremalarda kelib chiqadi.

O'zgarmas koeffitsiyentli ikkinchi tartibli bir jinsli chiziqli tenglamalar.

Ta'rif:

O'zgarmas koeffitsiyentli bir jinsli differensial tenglama deb:

$$y'' + py' + qy = 0 \quad (4)$$

ko'rinishdagi tenglamaga aytiladi.

Bunda yuqoridagi teoremalarga asosan bu tenglamaning umumiy yechimini topish uchun uning ikkita chiziqli erkli xususiy yechimini topish yetarlidir.

Tenglamani yechish uchun $y = e^{kx}$ deb faraz qilamiz, bu yerda k nolga teng bo'lmagan o'zgarmas son.

Hosilalarni topamiz:

$$y' = ke^{kx}, y'' = k^2 e^{kx}$$

Bularni (4) tenglamaga keltirib qo'yamiz:

$$k^2 e^{kx} + pke^{kx} + qe^{kx} = 0 \quad (5)$$

$e^{kx} \neq 0$ bo'lgani uchun (5) tenglamada

$$k^2 + pk + q = 0 \quad (6)$$

bo'ladi. Demak, k (2) tenglamani qanoatlantirsa, e^{kx} tenglamaning yechimi bo'ladi.

Xarakteristik tenglama.

(6) tenglama (4) tenglamaning *xarakteristik tenglamasi* deyiladi. (5) tenglama ikkita ildizga ega bo'ladi, ularni k_1 va k_2 bilan belgilaymiz:

$$k_1 = -p/2 + \sqrt{(p^2/4) - q}; k_2 = -p/2 - \sqrt{(p^2/4) - q};$$

Bu yerda quyidagi hollar bo'lishi mumkin:

1. k_1 va k_2 haqiqiy va bir - biriga teng emas ($k_1 \neq k_2$);
2. k_1 va k_2 haqiqiy va bir - biriga teng ($k_1 = k_2$);
3. k_1 va k_2 kompleks sonlar;

Har bir holni alohida - alohida ko'rib chiqamiz:

- a) xarakteristik tenglamaning ildizlari haqiqiy va har xil ($k_1 \neq k_2$).

Bu holda $y_1 = e^{k_1 x}$, $y_2 = e^{k_2 x}$



funksiyalar xususiy yechimlar bo'lib, tenglamaning umumiy yechimi

$$y=C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x} \tag{7}$$

ko'rinishda bo'ladi.

Haqiqatan ham, y' va y'' larni topamiz:

$$y_1 = C_1 k_1 e^{k_1 x} + C_2 k_2 e^{k_2 x}, \quad y'' = C_1 k_1^2 e^{k_1 x} + C_2 k_2^2 e^{k_2 x};$$

bularni (7) tenglamaga qo'yamiz:

$$C_1 k_1^2 e^{k_1 x} + C_2 k_2^2 e^{k_2 x} + q(N_1 k_1 e^{k_1 x} + C_2 k_2 e^{k_2 x}) + q(C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}) = 0.$$

Chap tomondagi qavslarni ochib, gruppalaymiz:

$$(N_1 k_1^2 e^{k_1 x} + p C_1 k_1 e^{k_1 x} + q C_1 e^{k_1 x}) + (C_2 k_2^2 e^{k_2 x} + q C_2 e^{k_2 x}) = 0$$

yoki

$$C_1 e^{k_1 x} (k_1^2 + p k_1 + q) + C_2 e^{k_2 x} (k_2^2 + p k_2 + q) = 0. \tag{4}$$

k_1 va k_2 lar (2) tenglamaning ildizlari bo'lganligi uchun, (4) ning chap tomonidagi qavs ichidagi ifodalar nolga teng va umuman chap tomoni ham nolga teng bo'ladi.

Demak, $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$ funksiya berilgan differensial tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

Misol. $y'' - 8y' + 15y = 0$ tenglamaning xarakteristik tenglamasi $k_1=5; k_2=3$ ildizga ega.

Demak, tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha bo'ladi

$$y=C_1 e^{5x} + C_2 e^{3x}.$$

b) xarakteristik tenglamaning ildizlari haqiqiy va teng.

Bu holda $k = k_2 = p/2$ bo'lib, $2k_1 = -p$ Yoki $2k_1 + p = 0$

bo'ladi.

Bitta xususiy yechimi $y_1 = e^{k_1 x}$ ma'lumdir. Ikkinchi xususiy yechimini

$$y_2 = u(x) e^{k_1 x}$$

ko'rinishda izlaymiz. Bu yerda $u(x)=u$ aniqlanishi kerak bo'lgan noma'lum funksiya. $u(x)$ ni aniqlash uchun y_2' va y_2'' larni topamiz:

$$y_2' = u' e^{k_1 x} + u k_1 e^{k_1 x} = e^{k_1 x} (u' + u k_1),$$

$$y_2'' = u'' e^{k_1 x} + u' k_1 e^{k_1 x} + u k_1^2 e^{k_1 x} = (u'' + 2k_1 u' + u k_1^2) e^{k_1 x}.$$

Bularni (25) tenglamaga keltirib qo'yamiz:

$$e^{k_1 x} [(u'' + 2k_1 u' + k_1^2 u) + p e^{k_1 x} (u' + k_1 u) + q u] = 0$$

yoki

$$e^{k_1 x} [u'' + (2k_1 + p)u' + (k_1^2 + k_1 p + q)u] = 0$$

k xarakteristik tenglamaning karrali ildizi va $k_1 + p = 0$ bo'lgani uchun $e^{k_1 x} u'' = 0$ yoki $u'' = 0$ bo'lishi kerak. Uni integrallab

$$u(x) = Ax + B$$

ni topamiz. Xususiy holda $B=0, A=1$ deb olsak, $u(x)=x$ bo'ladi.

Shunday qilib, ikkinchi xususiy yechim kabi $y = x e^{kx}$ bo'ladi.

Bularni nazarda tutsak, umumiy yechimni

$$y = (C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}) = e^{k_1 x} (C_1 + C_2 x)$$

ko'rinishida yozish mumkin.



Misol. $4y'' - 12y' + 9y = 0$ tenglamaning xarakteristik tenglamasi $4k^2 - 12k + 9 = 0$ bo'lib uning ildizlari $k_1 = k_2 = 3/2$ dir.

Demak, tenglamaning umumiy yechimi

$$Y = (C_1 + C_2x)e^{3/2x}.$$

v) xarakteristik tenglamaning ildizlari kompleks sonlar bo'lgan hol. Ildizlar

$k_1 = a + i\beta$ $k_2 = a - i\beta$ ko'rinishda bo'lsin. U holda differensial tenglamaning xususiy yechimlari $y_1 = e^{(a+i\beta)x}$, $y_2 = e^{(a-i\beta)x}$ ko'rinishda bo'ladi. y_1 va y_2 lar tenglamani qanoatlantiradi. Biz quyidagi natijadan foydalanamiz:

Agar haqiqiy koeffitsiyentli bir jinsli chiziqli tenglamaning xususiy yechimi kompleks sonlardan iborat bo'lsa, u holda uning haqiqiy va mavhum qismlari ham shu tenglamaning yechimi bo'ladi. Binobarin, xususiy yechim

$$e^{(a+i\beta)x} = e^{ax} \cos \beta x + i e^{ax} \sin \beta x$$

bo'lgani uchun $e^{ax} \cos \beta x, e^{ax} \sin \beta x$ lar ham (26) tenglamaning yechimi bo'ladi. shunday qilib, (2) differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$y = e^{ax} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Misol. $y'' - 4y' + 7y = 0$ tenglamaning xarakteristik tenglamasi $k^2 - 4k + 7 = 0$ bo'lib, uning ildizlari $k_1 = 2 + i\sqrt{3}$; $k_2 = 2 - i\sqrt{3}$; dan iborat. Tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha bo'ladi: $y = e^{2x} (C_1 \cos \sqrt{3}x + C_2 \sin \sqrt{3}x)$.

Xulosa

O'quvchilarni differensial tamglamalar fanining o'zgarmas koeffitsiyentli yuqori tartibli differensial tenlamalar mavzusini o'qitishda xarakteristik tenglama ildizlarini turli xil hollaririda unng umumiy yechimini topishni bilish katta ahamiyat kasb etadi. Ushbu maqolada shu hollarni to'liq va tushunarli qilib tushuntirish yo'llari keltirilgan. Demak ushbu hollarin bilish o'quvchilarni shu mavzuga doir misollarni yechishda qiyinchiliklarni yengishga kata yordam beradi.

FOYDALANILGA ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. D.Q.Durdiyev."Xususiy hosilali differensial tenglamalar", Toshkent, VNESHINVESTPROM nashriyoti, 2019.
2. N.S.Piskunov."Differensial va integral hisob",O'qituvchi nashriyoti, Toshkent 1974.
3. Madraximova, Z., & Toymbayeva, D. (2022). Ekologiya o 'qitish nazariyasi va metodikasining shakllanish manbalari. *Science and Innovation*, 1(B8), 2409-2411.
4. Nigmatov, Askar, Madrakhimova, Zulfiya, Ishankulova, Komila (2020). Geotourism: Problems and Solutions on the Example of Uzbekistan. *International Journal of Progressive Sciences and Technologies*, 21(1), 14-21.
5. Миршарипова, Г. К., Мустафақулов, Д. М., Қаршибоева, Л. Қ., Мадраҳимова, З.Н. (2020). Сирдарё вилояти шароитида судан ўти ва мошни соф



ҳолда ҳамда аралаш экилганда ўсиш ва ривожлантиришга экиш меъерининг таъсири. Ўзбекистон аграр фани хабарномаси, 3(81), 97-101.

6. Умматова, М. Б., Мадрахимова, З. Н., Жавлонова, Д. Й. (2019). Талабарга экологик билимларни сингдириш-давр талабидир. Фаол инвестицион муҳитни шакллантириш, 1(1), 11-14.

7. Qarshiboyeva, X. K. (2021). Yozma savodxonlikni oshirishda boshlang'ich sinflarda chiroyli yozuv malakalarini shakllantirish. Konferensiya, 1(1), 286-289.

8. Qarshiboyeva, X. K. (2020). Boshlang'ich sinf o'quvchilarining ona tili va o'qish darslarida nutqiy faoliyatini takomillashtirish yo'llari. Konferensiya, 1(1), 379-382.

9. Qarshiboyeva, X. K. (2023). TALIS xalqaro baholash dasturining ahamiyati va afzalliklari. Mugallim ilmiy metodik jurnali, 1(3), 72-77.

10. Qarshiboyeva, X. K., Muminov, Z. Sh. (2023). Boshlang'ich sinf ona tili va o'qish savodxonligi darslarida o'quvchilarining nutqiy faoliyatini rivojlantirish usullari. Mugallim ilmiy metodik jurnali, 1(3), 269-274.

11. Татаева, Д. А., & Оразова, Ф. О. (2022). Интегративный подход к развитию экологического воспитания в общеобразовательных школах. *Scientific progress*, 3(2), 409-412.

12. Закиров, Д., & Татаева, Р. (2022). Развитие экологических знаний у дошкольников – важный процесс. *Academic research in educational sciences*, 3(9), 370-375.

13. Татаева, Д., Абдужабборов, Ж., & Закиров, Д. У. (2022). Использование схем и таблиц на уроках биологии-эффективных методов усвоения знаний. *Журнал Биологии и Экологии*, 4(3).

14. Tataeva, D. A. (2021). Description of the ways of using active methods in biology lessons. *Молодой ученый*, (27), 271-272.

15. Valentinovich, K. D., Akhralovich, N. R., & Ekaterina, L. (2022). Selection of tomato varieties and hybrids for cultivation in hydroponic greenhouses of Uzbekistan. *European International Journal of Multidisciplinary Research and Management Studies*, 2(10), 207-214.

16. Gaynutdinov, T. R., Idrisov, A. M., Vagin, K. N., Kurbangaleev, Y. M., Zakirova, G. S., Ishmukhametov, K. T., ... & Smolentsev, S. Y. (2021). Simulation of radiation-thermal illness and a way to its treatment. *NVEO-NATURAL VOLATILES & ESSENTIAL OILS Journal| NVEO*, 3541-3549.

17. Akhrolovich, N. R., Madiyarovich, S. S., & Muradbekovich, A. D. (2021). Determination of Possible Sowing Terms in the Growth of Early, Middle and Late Ripening Varieties of Khorezm Melons. *Annals of the Romanian Society for Cell Biology*, 10175-10190.

18. Nizomov, R. A. (2020). Selection of promising varieties of okra (*hibiscus esculentus* L.) from non-conventional vegetable crops. *ИННОВАЦИОННЫЕ ПОДХОДЫ В СОВРЕМЕННОЙ НАУКЕ*, 1(1), 99-103.



19. Ahrolovich, R. N., Urinbaevana, M. H., & Madiyarovich, S. S. (2020). Melon and its environmental characteristics. *Journal of Critical Reviews*, 7(2), 480-490.
20. Ismailov, M., Ziyadullaev, D., Muhamediyeva, D., Gazieva, R., Dzholdasbaeva, A., & Aynaqulov, S. (2023). Intelligent algorithms of construction of public transport routes. In *E3S Web of Conferences* (Vol. 365, p. 01002). EDP Sciences.
21. Ziyadullaev, D., Muhamediyeva, D., Abdullaev, Z., Aynaqulov, S., & Kayumov, K. (2023). Generalized models of a production system of fuzzy conclusion. In *E3S Web of Conferences* (Vol. 365, p. 01019). EDP Sciences.
22. Ziyadullaev, D., Muhamediyeva, D., Ziyaeva, S., Xoliyorov, U., Kayumov, K., & Ismailov, O. (2023). Development of a traditional transport system based on the bee colony algorithm. In *E3S Web of Conferences* (Vol. 365, p. 01017). EDP Sciences.
23. Ziyadullaev, D. S., Shunkevich, D. V., Muhammadiev, Y. Y., & Orakov, L. A. (2022). Reducing the impact on harvesting through artificial intelligence technologies. *Galaxy International Interdisciplinary Research Journal*, 10(10), 560-566.
24. Каландарова, А. В., Калдыбаева, Д. О. (2022). Развитие и жанровое разнообразие массовой литературы XX-XXI века. *Advancing in research, practice and education*, 9, 145.
25. Калдыбаева, Д. О. (2022). Анализ использования эстетических возможностей прилагательных (эпитетов) на примере стихотворения ФИ Тютчева. *Экономика и социум*, (4-3 (95)), 852-855.
26. Калдыбаева, Д. О. (2022). Постмодернист или неореалист, о творчестве А. Слаповского. *Academic research in educational sciences*, 3(3), 926-932.
27. Калдыбаева, Д. О., & Каландарова, А. В. (2021). Тестирование как инновационный метод преподавания русского языка как иностранного. *Academic research in educational sciences*, 2(12), 929-935.