NODIVERGENT KO‘RINISHDAGI NOCHIZIQLI PARABOLIK TENGLAMALAR CHEGARALANMAGAN YECHIMLARI ASIMPTOTIKALARINI TADQIQ ETISH

A.S.Matyakubov
O‘zbekiston Milliy universiteti
R.O‘.Yo’ldoshova
O‘zbekiston Milliy universiteti
D.X.Nazirova
O‘zbekiston Milliy universiteti
D.A.Ibragimova
O‘zbekiston Milliy universiteti

Annotatsiya: *maqolada nodivergent ko‘rinishdagi nochiziqli parabolik tenglamalar chegaralanmagan yechimlari asimptotikalarini tadqiq etish haqida gap borgan.*
Kalit so’zlar: *nodivergent, nochiziqli, parabolik tenglamalar, chegaralanmagan.*

Kirish. XX asrning oltmishinchi yillarida ilmiy tatqiqotlarning yangi uslubi-matematik modellashtirish va hisoblash eksperimentiga asos solindi. Bu usulning mazmuni boshlang‘ich obyektni uning differensial tenglamalardan tashkil topgan matematik modeli bilan almashtirish va uni yechilayotgan masalaning tabiatidan kelib chiqqan holda, zamonaviy hisoblash vositalari yordamida o‘rganishdan iborat. Matematik modellashtirish uslubiyati uzluksiz taraqqiyot holatida bo‘lib, bugungi kunda katta texnik tizimlarni ishlab chiqarishdan to murakkab iqtisodiy va ijtimoyy jarayonlarni tahlil etishgacha bo‘lgan sohalarni qamrab olmoqda.

Fizik jarayonlarning chiziqli matematik modellarini tatqiq qilish hamda xususiy hosilali chiziqli differensial tenglamalar asosida umumiy usullar orqali ishlanadi. Amaliy masalalarda esa jarayonlar nochiziqli bo‘lib ularni o‘rganishda nochiziqli matematik modellardan foydalanishni talab etadi. Matematik fizikaning nochiziqli modellari fizik parametrning turli qiymatlarida ko‘rilayotgan jarayonlar haqida to‘laroq va keng qamrovli ma’lumotlar olish imkonini beradi.

Sonli modellashtirishning asosiy masalasi sifatida Koshi va chegaraviy masala uchun global yechimning mavjudligi, yechimni baholash, yechim asimptotikalari va front (erkin chegaralarni) aniqlashni o‘rganish tushuniladi. Kvazichiziqli parabolik tenglamalar uchun umumlashgan yechimning turli xususiyatlari, tenglamalar va ularning asimptotikalarini topishga A.A. Samarskiy, S.P. Kurdyumov, A.M. Mixaylov, V.A. Galaktionov, A.S. Kalashnikov, A.S. Martinson, G.I. Barenblatt, M. Aripov, Sh.A. Sadullaeva, Z.R.Raxmonov, A.S.Matyakubov ishlarida keng yoritib berilgan.

1950-yilda B.Ya.Zeldovch, A.C.Kompanets tomonidan birinchi marotaba issiqlik tarqalishi tezligining chegaralanganlik effekti aniqlangan [1]. Xuddi shu natijalar G.I.Barenblatt (1952) tomonidan poltropik filtratsiya tenglamalari uchun, keyinchalik

L.A.Peletier (1958) diffuziya jarayonlari uchun takrorlandi. A.S.Kalashnikov [2] tomonidan kuchli yutilish holida chekli vaqt ichida to‘la sovush hodisasi aniqlandi. Bir qator ishlarda nochiziqli tenglamalar uchun Koshi masalasining musbat yechimlarining asimptotik hatti-harakatlari o‘rganilgan [7,8]. [3-6] ishlarda Koshi masalasining global va blow-up yechimlari mavjud va majud emasligi tahlil qilingan.

Masalaning qo‘yilishi

Manba yoki yutilish bo‘lgan holda issiqlik tarqalish jarayonlarini bir jinsli bo‘lmagan, chiziqsiz muhida, nochiziqli matematik modellarini, parametrning kritik qiymatlarda asimptotika va chiziqsiz jarayonning sonli modellashtirishga bag‘ishlanadi.

$Q=(0,T)\times R$ sohada nodivergent turdagi tenglama uchun Koshi masalasini ko‘rib o‘tamiz:

$$-\frac{\partial u}{\partial t}+u^{\gamma}\frac{\partial}{\partial x}\left(\left|\frac{\partial u}{\partial x}\right|^{p-2}\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\varepsilon u^{q-1}=0 \qquad (1)$$

$$u\big|_{t=o}=u_0(x)\geq 0,\ x\in R \qquad (2)$$

Bu yerda, $p>2$, $\gamma>1$, q>1 – berilgan sonli qiymatlar.

$q\geq 1$, $x\in R$ holda asimptotika topish [7,8] ishda ko‘rilgan, $\gamma>0$ holda esa juda ko‘p ishlarda ko‘rib o‘tilgan [3-8].

(1) tenglama juda ko‘p fizik jarayonlarni: reksiya-diffuziya, issiqlik o‘tkazuvchanlik, filtratsiya, yonish jarayonlari ifodalaydi. Quvvati εu^{q-1} ga teng bo‘lgan $(\varepsilon=+1)$ manba yoki $(\varepsilon=-1)$ sovush hollarda qarab o‘tiladi. Bu yerda $p>2$ – fiksirlangan parameter bo‘lib, turli jarayonlarda turlicha qiymatlarni qabul qiladi.

Asosiy natijalar.

Bu turdagi masalalarni sonli yechish uchun avtomodel yechim quriladi va masala yechimlarining sifat ko‘rsatkichlari o‘rganiladi. Chiziqsiz ajratish usuli yordamida qurilgan avtomodel yechimlardan keyinchalik boshlang‘ich yaqinlashish sifatida foydalanamiz [3-8]. (1) tenglamaning muhimligi unung nodivergentligidir va bunda saqlanish qonuni ishlamaydi.

(1), (2) masalani tatqiq qilish uchun quyidagicha almashtirish bajaramiz

$$u(t,x)=\bar{u}(t)f(\xi),$$

bu yerda $\bar{u}(t)=A(T-t)^{\gamma}$, $\xi=A_1x(T-t)^{-\frac{(\alpha+p-2)\gamma+1}{p}}$, $\gamma=\frac{1}{2-q}$,

$A=\left(\frac{1}{q-2}\right)^{\frac{1}{q-2}}\Rightarrow$ A, A_1 koeffisientlar tenglama parametrlariga bog’liq musbat sonlar.

$T>0$ - chekli o’zgarmas son, $f(\xi)$ funksiya esa quyidagi avtomodel masalani qanoatlantiradi.

$$f^{\alpha}\frac{d}{d\xi}\left(\left|\frac{df}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{df}{d\xi}\right)+\frac{1}{p}\xi\frac{df}{d\xi}+\frac{1}{\alpha+p-q}\left(f^{q-1}-f\right)=0, \qquad (3)$$

Asimptotikani topish uchun quyidagi almashtirish orqali (3) tenglama o'rganish osonroq tenglamaga o'tkaziladi:

$$f(\xi)=\bar{f}(\xi)y(\eta),$$

bu yerda $\bar{f}(\xi)=B\left(a+\xi^{\frac{p}{p-1}}\right)^{\frac{p-1}{\alpha+p-2}}$, $\eta=\ln\left(a+\xi^{\frac{p}{p-1}}\right)$,

$$B=p^{\frac{1-p}{\alpha+p-2}}\left(\frac{q-2}{p-1}\right)^{\frac{1}{\alpha+p-2}}(\alpha+p-2)^{\frac{p-1}{\alpha+p-2}}(\alpha+p-q)^{\frac{1}{2-\alpha-p}}.$$

Quyidagi teorema isbot qilingan:

Teorema. $\alpha+p-q<0$ va $\frac{(p-1)(q-2)}{\alpha+p-2}<0$ shartlar bajarilsin. U holda (3) tenglama avtomodel yechimi $\xi\to\infty$ da quyidagi asimptotikaga ega bo'ladi:

$$f(\xi)\to B\left(a+\xi^{\frac{p}{p-1}}\right)^{\frac{p-1}{\alpha+p-2}}.$$

Bu teoremadan (1) tenglama $t\to T$ da quyidagi asimptotikaga ega bo'lishi kelib chiqadi:

$$u(t,x)\to\left(\frac{1}{q-2}\right)^{\frac{1}{q-2}}(T-t)^{\frac{1}{2-q}}\left(a+\left(x(T-t)^{-\frac{\alpha+p-q}{p(2-q)}}\right)^{\frac{p}{p-1}}\right)^{\frac{p-1}{\alpha+p-2}}.$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Зельдович Я.Б. , Компанеец А.С. К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры. // Сборник, посвященный 70-летию акад. А. Ф. Иоффе. М. 1950, с.61-71.

2. Калашников А.С. О влиянии поглощения на распространение тепла в среде с теплопроводностью, зависящей от температуры. // ЖВМ и МФ, 1976 т 16 № 3, с.689—696.

3. AS Matyakubov, JO Khasanov, MO Ismoilova. Asymptotic representation of blow-up modes of parabolic equation not in divergence form with source. сборник

трудов I Международной научной конференции, 25-26 апреля 2022 года. Ташкент: Университет, 2022.–С. 204-205.

4. AS Matyakubov, DR Raupov. Numerical and visual modeling for blow-up modes in two-component nonlinear media. Проблемы вычислительной и прикладной математики. Номер: 2 (39), 2022, Стр: 40-51.

5. AS Matyakubov, DR Raupov. On some properties of the blow-up solutions of a nonlinear parabolic system non-divergent form with cross-diffusion. Technological Advancements in Construction: Selected Papers. Springer International Publishing, 2022, 289-301.

6. Matyakubov A. S., Raupov D. R. Estimates of the blow-up solution of a cross-diffusion parabolic system not in divergence form //Bukhara–Samarkand–Tashkent. – 2019. – Т. 16. – С. 106.

7. M Aripov, AS Matyakubov, JO Xasanov. Global solvability and explicit estimation of solutions of a cross-diffusion parabolic system in non-divergent form with a source and variable density. Mathematics and its application. Contemporary mathematics and its application: abstracts of the international scientific conference 2021, 23-24.

8. Mersaid A. et al. The Cauchy problem for a nonlinear degenerate parabolic system in non-divergence form //Математические заметки СВФУ. – 2020. – Т. 27. – №. 3. – С. 27-38.