



## GYULDEN TEOREMLARIDAN FOYDALANIB GEOMETRIK MASALALARNI YECHISH

**Xakimov Sayibjon**

*fizika matematika*

*fanlari nomzodi, dotsent*

*Andijon mashinasozlik instituti*

*Email: [hakimovs@mail.ru](mailto:hakimovs@mail.ru)*

**Annotatsiya:** *Maqolada geometrik masalalarni yechishda Gyulden teoremlaridan foydalanib ishlash yo'llari ko'rsatilgan bo'lib, unda talabalarni mustaqil ishlashlari malakasini oshirish va ijodiy qobiliyatlarini o'stirishga yordam berishi ko'zda tutiladi.*

**Kalit so'zlar:** *Gyulden teoremasi, plastinka og'irlik markazi, yopiq chiziq, xalqa yuzi, aylanma jismlar, doiraning og'irlik markazi, teshik kulcha.*

## РЕШЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕМ ГЮЛЬДЕНА

**Хакимов Сайибжон**

*Кандидат физ.-мат. наук, доцент Андиганского*

*Машиностроительного института*

*E-mail: [hakimovs@mail.ru](mailto:hakimovs@mail.ru)*

**Аннотация:** *В статье показаны пути работы с использованием теорем Гюльдена при решении геометрических задач, которые призваны помочь учащимся повысить свою квалификацию для самостоятельной работы, а также развить творческие способности.*

**Ключевые слова:** *теорема гюльдена, центр тяжести пластины, замкнутая линия, грань нации, вращающиеся тела, центр тяжести круга, дыра пепел.*

## SOLVING GEOMETRIC PROBLEMS USING GYULDEN'S THEOREMS

**Khakimov Sayibjon**

*Candidate of physical and Mathematical Sciences*

*of Andijan Machine-building Institute*

*Email: [hakimovs@mail.ru](mailto:hakimovs@mail.ru)*

**Abstract.** *The article shows the ways of their work using Gyulden's theorems in solving geometric problems, which provides for improving the skills of students to work independently, and helping to grow their creative abilities.*

**Keywords:** *Gyulden's theorem, plate center of gravity, closed Line, ring face, rotating bodies, center of gravity of the circle, hole kulcha.*



Masala yechish talabalarga matematikani o'rgatish, ularda matematik tafakkurni rivojlantirishda muhim vositadir: u faqat qo'yilgan savollarga javob topish va qandaydir nazariy jihatlarni mustahkamlash uchungina bo'lmay, balki talabalarni o'qitishda ma'lum bir bosqich bo'lishi kerak. Ya'ni masala yechish mustaqil ishlash malakasini oshirish, aqliy faoliyat usullarini shakllantirish, yangi faktlarni izlab topish metodlarini o'rgatishi, institutni bitirayotgan talabaga (u kelajakda matematika bilan shug'ullanishi yoki shug'ullanmasligidan qat'iy nazar) zurrur bo'ladigan bilim va ijodiy qobiliyatni o'stirishga yordam berishi ko'zda tutiladi [1-3].

Masala ustida olib boriladigan qo'shimcha ish uni yechishdagi muhim bosqichdirki, umumlashtirish, xususiy yoki umumiy hollarni topish, o'xshash davolarni tuzish shular jumlasidandir. Bunday ish jarayonida talabalar mustaqil ravishda o'zlariga yangi bo'lgan matematik davolarni topishga o'rganadilar, ijodiy ishga yondashadilar.

Har bir masalani yechish, asosan, to'rt bosqichdan iborat bo'ladi [4-6]:

1. Masalaning shartlari va maqsadini o'rganish.
2. Yechish rejasini izlash.
3. Topilgan yechimni qayd qilish.
4. Masala yechimi natijalarini sinchkov analiz qilish va hosil bo'lgan informatsiyani saralash.

Nihoyat hosil bo'lgan yechimning to'g'riligini tekshirishga to'xtalamiz. Tekshirish usullaridan biri, masalani boshqa usulda yechib ko'rishdir. Ma'lumki, masalani turlicha yo'l bilan ishlash, o'sha natijaga kelish masala yechishining to'g'ri ekanligiga ishonch hosil qilishning birdan-bir usulidir. Shuni hisobga olib, ushbu maqolada aylanma figuralarga doir masalalarni oddiy (an'anaviy) usulda yechilishi va shu masalani Gyulden teoremlaridan foydalanib yechishni ko'rib chiqamiz [7].

Avvalo Gyulden teoremlari bilan tanishib chiqaylik.

**1-teorema.** Sirt biror yopiq chiziqni o'z atrofida aylantirishdan hosil bo'lsin, bunda yopiq chiziq o'q bilan bir tekislikda va butunlay uning bir tomonida yotishi kerak. U holda bu sirtning yuzi yopiq chiziq uzunligi bilan chiziqning og'irlik markazi yordamida o'tkazilgan aylana uzunligining ko'paytmasiga tengdir. Demak, chiziq uzunligi  $l$  va uning og'irlik markazi o'qdan  $z$  masofada bo'lsa, u holda

$$S = 2\pi zl.$$

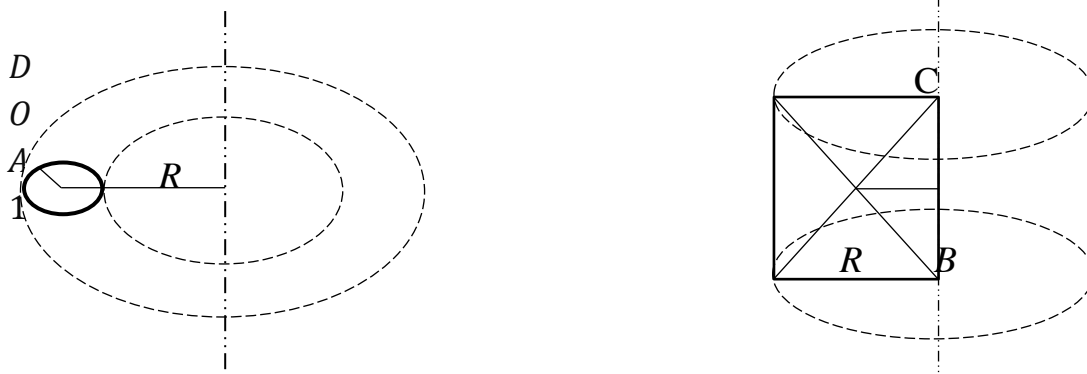
**2-teorema.** Jism biror tekis figurani (plastinkani) biror o'q atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan bo'lib, plastinka o'q bilan bir tekislikda va butunlay uning bir tomonida yotgan bo'lsin. U holda ushbu jismning hajmi plastinka yuzi bilan plastinka og'irlik markazi hosil qilgan aylana uzunligining ko'paytmasiga tengdir. Ya'ni, agar  $S$  – plastinka yuzasi,  $z$  – uning og'irlik markazidan o'qgacha bo'lgan masofa,  $V$  – hosil bo'lgan jismning hajmi bo'lsa, u holda

$$V = 2\pi zS.$$





Masalan,  $r$  radiusli doira aylanish o'qi bilan bir tekislikda joylashgan bo'lib, uning markazi o'qdan  $R$  masofada yotadi. Mazkur doiraning o'q atrofida aylanishi natijasida hosil bo'lgan. Teshik kulchaning sirt va hajmi topilsin (1-chizma).



2-chizma.

Masalani an'anvaiv usulda-maktab matematikasi vositalari bilan yechish mumkin emas. Uni Gyulden teoremasidan foydalanib yechish mumkin.

$$S = 2\pi R \cdot 2\pi r = 4\pi^2 Rr,$$

$$V = 2\pi R \cdot \pi r^2 = 2\pi^2 Rr^2.$$

Bu teoremlar yordamida masalalar yechishni boshlashdan avval turli figuralarning og'irlik markazi haqida to'la ma'lumot berish zarur. Masalan, doiraning og'irlik markazi uning markazida, paralelogramning (demak, uning xususiy xillari romb, kvadrat, to'g'ri to'rtburchaklarning) og'irlik markazi uning medianalari kesishgan nuqtasidir.

1-masala. Tomoni  $a$  ga teng bo'lgan kvadratning bir tomonida aylanishi natijasida hosil bo'lgan jismning to'la sirti va hajmini toping (2-chizma).

Masalaning shartlari va maqsadi bilan tanishgandan so'ng quyidagi mulohazaga o'tamiz. Kvadrat o'z tomonlaridan biri atrofida aylangani uchun bu aylanish natijasida silindr hosil bo'ladi, uning asosinig radiusi  $R = a$ , balandligi  $H = a$  dir. Bu qiymatlarni silindrning to'liq sirti va hajmini hisoblo'vchi formulalarga qo'ysak kerakli javoblar topiladi. Uni an'anaviy usulda yechish quyidagichadir [8,9]:

$$S_{sil} = S_{yon} + 2 \cdot S_{asos} = 2\pi RH + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot a \cdot a + 2\pi a^2 = 4\pi a^2,$$

$$V_{sil} = S_{asos} \cdot H = \pi a^2 \cdot a = \pi a^3.$$

Shu masalani Gyulden teoremasidan foydalanib yechganda:

Kvadrat diagonallarining kesishgan nuqtasini  $O$  desak, u holda  $OK = z = \frac{a}{2}$  kvadratning og'irlik markazi bilan chizilgan aylana radiusi,  $l$  – chiziqning uzunligi, boshqacha aytganda kvadratning perimetri ya'ni  $4a$  ga tengdir [10-12]:

$$S_{sil} = 2\pi z l = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot 4a = 4\pi a^2,$$

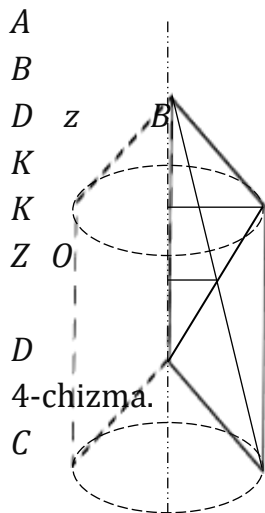
$$V_{sil} = 2\pi z S = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a^2 = \pi a^3.$$

Har ikkala usul bilan yechganda ham bir xil natijaga erishilganiga talabalarning e'tiborini qaratamiz. Shundan so'ng har ikkala usul yordamida bir necha masalalar

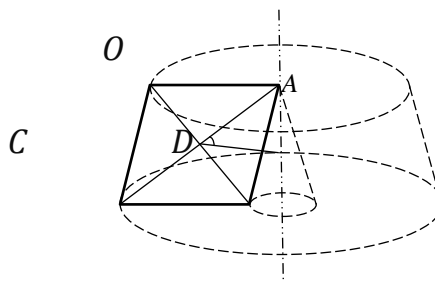


yechamiz va bunda qaysi usul qulay hajmda tejamli ekanligiga talabalarning o'zlari ishonch hosil qilishlari maqsadga muvofiqdir.

2-masala. Paralelogramning tomonlari 4 sm va 6 sm, o'tkir burchagi  $30^\circ$  bo'lsa, uning katta tomonida yotgan to'g'ri chiziq atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jismning sirt yuzasi va hajmi topilsin (3-chizma) [13-15].



3-chizma.



4-chizma.

An'anaviy usulda yechish:  $\Delta ABQ$  dan  $BQ = \frac{R}{2}$ ,  $R = AB$  ( $30^\circ$  li burchak qarshisida yotgan katet bo'lgani uchun);

$$R = 4:2 = 2 \text{ (sm)}; H = 6 \text{ (sm)}.$$

Demak:

$$\begin{aligned} S &= 2 \cdot S_{kon.yon} + S_{sil.yon} = 2\pi RL + 2\pi R \cdot H; \\ S &= 2\pi \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 6 = 16\pi + 24\pi = 40\pi \text{ (sm}^2\text{)}; \\ V &= V_{kon} + V_{sil} - V_{kon} = V_{sil}; \\ V_{sil} &= 2R^2 \cdot H = \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 24\pi \text{ (sm}^3\text{)}. \end{aligned}$$

2. Gyulden teoremasidan foydalanib yechish; dastlab  $z$ ,  $h$  va  $l$  larni topamiz:

$$\begin{aligned} z = OK &= \frac{BQ}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ (sm)}, & h = BQ &= 2 \text{ (sm)}, \\ l = P &= 2 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 20 \text{ (sm)}. \end{aligned}$$

Bu topilgan qiymatlarni formulaga qo'yamiz:

$$S = 2\pi zl = 2\pi \cdot 1 \cdot 20 = 40\pi \text{ (sm}^2\text{)}; V = S_{ABCD} \cdot 2\pi z = 6 \cdot 2 \cdot 2\pi = 24\pi \text{ (sm}^3\text{)}.$$

3-masala. Tomoni  $a$  va o'tkir burchak  $z$  bo'lgan romb o'tkir burchak uchidan o'tib, tomniga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq atrofida aylanadi. Hosil bo'lgan aylanma jismning to'la sirti va hajmi topilsin (4-chizma).

1. An'anaviy usulda yechish [16-19]:

To'la sirtini topish uchun  $AB$  radiusli doira yuzini,  $BC$  yasovchili kesik konusning yon sirtini,  $DC$  eng ega bo'lgan halqa yuzini,  $AD$  yasovchili konusning yon sirtini topib, ularning yig'indisini olish kerak. Jismning hajmini topish uchun  $BC$  yasovchili





kesik konus hajmidan  $AD$  yasovchili konus hajmini ayirish kerak. Ko'rinib turibdiki, masalani an'anaviy usulda yechish juda uzoq vaqtni oladi.

2. Gyulden teoremasidan foydalanib yechsak: rombning og'irlik markazidan aylani o'qi  $OK$  gacha bo'lgan masofa  $z$  ni aniqlaymiz.  $\Delta ABO$  va  $\Delta AOK$  lardan:

$$\frac{OA}{AB} = \cos \frac{\alpha}{2}, \quad AO = AB \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = a \cdot \cos \frac{\alpha}{2};$$

$$AOK = \frac{\alpha}{2}, \quad \frac{OK}{OA} = \cos \frac{\alpha}{2};$$

$$OK = AO \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = a \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = a \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$$

Shunday qilib,

$$z = a \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}; \quad S = 2\pi z l = 2\pi \cdot a \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot 4 \cdot a = 8\pi a^2 \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2};$$

$$V = S_{Romb} \cdot 2\pi z = \frac{2 \cdot a^2 \cdot \sin \alpha}{2} \cdot 2\pi a \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 2\pi a^3 \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$$

Gyulden teoremasi talabalarga mustaqil ravishda masala tuzish va ularni turli usulda yechishga imkon beradi [20-23].

Aylanma jismlarning sirt va hajmini topish malakasi kundalik hayotda, ishlab chiqarish, amaliyotda juda muhimdir. Ammo, hatto oddiy amaliy masalalarni ham hamma vaqt ma'lum qoida va metodlar yordamida yechib bo'lmaydi. Shuning uchun masala tuzish va yechimini izlash hamma vaqt ijodiy fikrlashni talab etadi va rivojlantiradi [24,25].

Shunday qilib ushbu maqolada aylanma jismlarga doir masalalarni tuzish va yechish usuli haqida qisman bo'lsada, to'xtadikki, bu usul bizning metodik adabiyotimizda yetarlicha yoritilgan emas. Bizningcha yuqorida bayon etilgan material o'qituvchilarga o'qitish mahoratini oshirishga yordam beradi va talabalarda izlanishga qiziqish uyog'otadi. Shuningdek, bu materialdan o'qituvchilar darsda talabalar bilan mustaqil ishlashda va to'garak mashg'ulotlarda foydalanishlari mumkin.

#### ADABIYOTLAR RO'YHATI:

1. S. Hakimov, B.Boltaboyev "O'quvchi va talabalarga matematika fanini o'qitishda didaktikaning asosiy prinsiplarini ahamiyati." Andijon davlat universiteti. Zamonaviy matematikaning nazariy asoslari va amaliy masalalari respublika ilmiy-amaliy anjumani. 2022 yil.

2. S.Hakimov "O'rganuvchilarda amaliy harakterdagi masalalar yechish ko'nikmalarini oshirish." Namangan qurilish muhandislik institute. 2022 yil.

3. *Насиров Илхам Закирович, Камолов Шерзодбек Сабирович.* BOBUR SHO'X VA S.ZUNNONOVA KO'CHALARI KESISHMASIGA SVETOFORLARNI O'RNATISH//JOURNAL OF NEW CENTURY INNOVATIONS. Volume - 7\_Issue-5\_Iyun\_ 2022, WSRjournal.com, 102-107 b.



4. Насиров Ильхам Закирович, Солиев Бобуржон Абдираим Коулс. (2022). ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ADAS ДЛЯ ПОМОЩИ ВОДИТЕЛЯМ. *Американский журнал междисциплинарных исследований и разработок*, 5, 94–105. Получено с <http://ajird.journalspark.org/index.php/ajird/article/view/112>.

5. НАСИРОВ ИЛХАМ ЗАКИРОВИЧ. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ВЕДЕНИЕ УЧЕБНОЙ И НАУЧНОЙ РАБОТ В ВУЗЕ// PEDAGOGICAL SCIENCES AND TEACHING METHODS: a collection scientific works of the International scientific conference (17 January, 2023) - Copenhagen:2023. Part 19- p. 175-177.

6. Насиров Илхам Закирович. (2023). ИНСОН ҚОБИЛИЯТИНИ РИВОЖЛАНИШИНИНГ ДАРАЖАЛАРИ . *Journal of New Century Innovations*, 21(4), 118–121. Retrieved from <http://www.newjournal.org/index.php/new/article/view/3069>

7. К.А. Tursunmetov., F.M. Sultonova. "Fizika fanini takomillashtirishda Osiyo allomalarining tutgan o'ri" Monografiya. AndMI-2022.

8. К.А.Tursunmetov., F.Sultonova «Tarozi toshlarining yaratilish tarixi». Fan va jamiyat jurnali 2022/3

9. F.Sultonova. Shisha va uning yaratilish tarixi. AndMI Halqaro konferentsiya 2022 yil oktyabr

10. Nasirov Ilham Zakirovich, Sarimsaqov Akbarjon Muminovich, Teshaboyev Ulugbek Mirzaahmadovich, Gaffarov Mahammatzokir Toshtemirovich. Tests of a reactor for supplying hydrogen and ozone to an internal combustion engine// International Journal of Early Childhood Special Education (INT-JECSE) ISSN: 1308-5581. DOI 10.9756/INT-JECSE/V1413.693? Vol 14, Issue 03 2022, 5296-5300 p. [https://scholar.google.ru/scholar?hl=ru&as\\_sdt=0,5&cluster=1417745796259182862](https://scholar.google.ru/scholar?hl=ru&as_sdt=0,5&cluster=1417745796259182862) 2.

11. SARIMSAQOV AKBARJON MUMINOVICH and NASIROV ILHAM ZAKIROVICH (2022). PROSPECTS FOR THE DEVELOPMENT OF MULTIMODAL TRANSPORTATION TECHNOLOGY// Saybold Report (TSR): Saybold Publications, Box 644, 428 E. Baltimore Ave. Том 17, № 08 (2022) | [doi.org/10.5281/zenodo.6969371](https://doi.org/10.5281/zenodo.6969371), p. 468-475. СМИ, Пенсильвания, 19063. [editor@sayboldreport.org](mailto:editor@sayboldreport.org).

12. Nasirov Ilham Zakirovich, Sarimsakov Akbar Muminovich, Gaffarov Mukhammadzokir Toshtemirovich, Abbasov Saidolimkhon Jaloliddin ugli/ Results of Testing Hydrogen Biogas on a Vehicle// Jundishapur Journal of Microbiology Research Article Published online 2022 October Vol. 15, No.2 (2022), p. 880-887.

13. Саримсаков, А. М., & Гаффаров, М. (2020). ПУТИ РАЗВИТИЯ ЮРИДИЧЕСКОЙ ЛОГИСТИКИ В МАЛОМ БИЗНЕСЕ. *Бюллетень науки и практики*, 6(7), 311-314.

14. Саримсаков, А. М., & Гаффаров, М. (2020). Ways to Develop Small Business Legal Logistics. *Бюллетень науки и практики*, 6(7), 311-314.





15. Шодмонов, С. А. (2022). ДАТЧИКИ ТЕМПЕРАТУРЫ. *European Journal of Interdisciplinary Research and Development*, 4, 62-66.

16. Хомидов Анварбек Аҳмаджон ўғли, & Шодмонов Сайидбек Абдувайитович. (2022). ДАТЧИКИ ТЕМПЕРАТУРЫ. *European Journal of Interdisciplinary Research and Development*, 4, 62-66. <http://www.ejird.journalspark.org/index.php/ejird/article/view/65>

17. Azizov M. Yarimo'tkazgichlar fizikasi. T. 1974 yil.

18. Akramov H va b. Yarimo'tkazgichlarda fotoelektrik hodisalar. T. 1994 yil.

19. Саримсаков А.М., Хакимов М. ПРОЕКТИРОВАНИЕ СИСТЕМ ПОЖАРОТУШЕНИЯ, СКОРОСТНОГО ДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЕЙ СКОРОЙ ПОМОЩИ НА ПЕРЕКРЕСТКАХ // *Universum: технические науки : электрон. научн. журн.* 2022. 4(97). URL: <https://7universum.com/ru/tech/archive/item/13416> (дата обращения: 19.12.2022).

20. Ilham Zakirovich, Sarimsaqov Akbarjon Muminovich, Teshaboyev Ulugbek Mirzaahmadovich, Gaffarov Mahammatzokir Toshtemirovich. Tests of a reactor for supplying hydrogen and ozone to an internal combustion engine// *International Journal of Early Childhood Special Education (INT-JECSE)* ISSN: 1308-5581. DOI 10.9756/INTJECSE/V1413.693? Vol 14, Issue 03 2022, 5296-5300 p.

21. SARIMSAQOV AKBARJON MUMINOVICH and NASIROV ILHAM ZAKIROVICH Prospects for the development of multimodal transportation technology // *International Journal of Early Childhood Special Education (INT-JECSE)* ISSN: 1308-5581. DOI 10.9756/INTJECSE/V1413.693? Vol 14, Issue 03 2022, 5296-5300 p.

22. Насиров, И. З., Уринов, Д. Ў., & Рахмонов, Х. Н. (2021). Плазмали электролизерни синаш. In *INNOVATION IN THE MODERN EDUCATION SYSTEM: a collection scientific works of the International scientific conference (25th March, 2021)- Washington, USA:" CESS* (pp. 323-327).

23. O'rinov, D. O., & Maxmudov, O. E. (2022). IMPROVING TRAFFIC PREVENTION OF ROAD TRAFFIC ACCIDENTS. *Innovative Technologica: Methodical Research Journal*, 3(05), 11-18.

24. Насиров Илхам Закирович, Камолов Шерзодбек Сабирович. BOBUR SHOХ VA S.ZUNNONOVA KO'CHALARI KESISHMASIGA SVETOFORLARNI O'RNATISH// *JOURNAL OF NEW CENTURY INNOVATIONS*. Volume -7\_Issue-5\_Iyun\_2022, [WSRjournal.com](http://WSRjournal.com), 102-107 b.

25. Насиров Илхам Закирович, Таваккалова Саидахон Орифжон кизи, Тулкинхужаева Нилуфархон Расулжон кизи. АНДИЖОН ВИЛОЯТИДА ЙЎЛ ҲАРАКАТИНИТАШКИЛ ЭТИШНИНГ РАҚАМЛАШТИРИЛИШИ// *Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В ХХІВЕКЕ»*. Выпуск №25 (том 7) (апрель, 2022). Дата выхода в свет: 30.04.2022. с. 1276-1279.