ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В МЕДИЦИНЕ

Доцент физика – математических наук
Юсупова А.К.;
Магистр **Сайдахмедова М.Д**
Ферганский государственный университет
.

Аннотация:*В статье ясно, широко даны объяснения о том, что медицина и наука тесно переплетены. Для этого на примерах показаны понятия, что многие приложения науки используются для достижения огромных усовершенствований в области медицины. Излагается актуальность и применение в биомеханики в биологических системах.*

Статья предназначена всем, кому интересны применение дифференциальных уравнений в медицине.

Аннотация: *В статье ясно, широко даны объяснения о том, что медицина и наука тесно переплетены. Для этого на примерах показаны понятия, что многие приложения науки используются для достижения огромных усовершенствований в области медицины. Излагается актуальность и применение в биомеханики в биологических системах.*

Статья предназначена всем, кому интересны применение дифференциальных уравнений в медицине.

Опорные слова: *медицина, биомеханика, биологические системы, уравнение Бернулли, модели кровотока, сердечно-сосудистой хирургия, механики биожидкостей, стенозированные артерии, линейный поток, математические манипуляции.*

медицина, биомеханика, биологические системы, уравнение Бернулли, модели кровотока, сердечно-сосудистой хирургия, механики биожидкостей, стенозированные артерии, линейный поток, математические манипуляции.

В настоящее время медицина и наука тесно переплетены. Действительно, многие приложения науки используются для достижения огромных усовершенствований в области медицины. Биомеханика является одним из первопроходцев в области сердечно-сосудистой хирургии, чтобы обеспечить эффективные прогнозы и лечения. В биомеханике изучение механики биожидкостей имеет важное значение из-за ее способности моделировать биологические явления. В этом исследовании мы рассматриваем математические модели кровотока в артериях, чтобы показать актуальность и применение в биомеханике в биологических системах. В частности, мы рассматриваем взаимосвязь между жиром и кровотоком в стенозированных артериях.

Рассмотрим участок артерии или капилляра с площадью поперечного сечения, в котором кровь течет из положения x в пхоложение x+dx, dx - небольшое изменение положения для линейного потока. Мы можем применить принципы сохранения массы и сохранения импульса для получения уравнения неразрывности Эйлера.

Сохранение массы для несжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (Sv)}{\partial x} = 0 \qquad (1)$$

Сохранение импульса:

$$S\frac{\partial v}{\partial t} + Sv\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial[(p-p_e)S]}{\partial x} \qquad (2)$$

Комбинируя (1) и (2), мы получаем следующую систему уравнений:

$$v\frac{\partial S}{\partial z} + S\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

S = площадь поперечного сечения трубки; v = скорость; p = давление внутри артерии или капилляра.

После ряда математических манипуляций мы можем получить волновое уравнение. Основная система уравнений для потока крови через артерию или капилляр приведена ниже:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = c_0^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c_0^2\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad \text{где} \quad c^2 = \frac{S}{\rho}\frac{\partial S}{\partial t} \qquad (4)$$

Предыдущие два уравнения представляют собой волновые уравнения для скорости и давления в кровотоке.

Уравнение Бернулли:

Рассматривая артерии как трубы различного поперечного сечения, по которым кровь течет как жидкость мы можем изучить уравнение Бернулли и связать давление крови с ее скоростью и высотой. Это означает, что трубы не обязательно должны быть однородными. Уравнение Бернулли для кровотока можно записать в виде:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = constant \qquad (5)$$

где p – давление, v – скорость кровотока, ρ- плотность крови, h- высота

$h = h(t)$; $h = h(x)$

$v = v(t)$; $v = v(x)$

$p = p(t)$; $p = h(x)$

Возьмем первую частную производную уравнения Бернулли по t:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho v\frac{\partial v}{\partial t} + \rho g\frac{\partial h}{\partial t} = 0 \qquad (6)$$

Возьмем вторую частную производную уравнения Бернулли по t:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial}{\partial t}\left(v \frac{\partial v}{\partial t}\right) + \rho g \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = 0 \qquad (7)$$

Для идеального случая постоянной скорости, то есть $v = constant$ во времени независимо от давления.

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$

Более того, скорость является линейной функцией времени. Из этой информации мы получаем:

- $v = \alpha t \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} = \alpha = constant$
- $\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \rho\alpha^2 + \rho v \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = 0$
- $\frac{\partial^2}{\partial t^2}[p + \rho g h] = -\rho\alpha^2$
- $p + \rho g h = -\rho\alpha^2 \frac{t^2}{2} + \beta t + \gamma$

При t = 0: $p_0 + \rho g h_0 = \gamma$

$$\Delta p + \rho g \Delta h = -\rho\alpha^2 \frac{t^2}{2} + \beta t$$

Что, если v изменяется как синусоидальная волна?

- $v = A\sin(\omega t + \phi)$ (8)
- $\frac{\partial v}{\partial t} = A\omega\cos(\omega t + \phi)$ (9)
- $\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\omega^2 v$ (10)

Полученные волновые уравнения согласуются с данными сохранения импульса и массы с учетом небольшого возмущения скорости, давления и площади поперечного сечения. Кроме того, также был изучен и сравнен общий обзор прошлой волновой модели. С помощью нашей текущей модели и волновых уравнений можно провести дальнейшие исследования для повышения точности и точности функций профиля скорости и градиентов давления в эластичной артериальной трубке. Будущая работа состоит из сбора данных и вычислительного анализа с использованием соответствующего программного обеспечения для модели

ЛИТЕРАТУРА

1. Гилярова М.Г. Математика для медицинских колледжей. Ростов н/Д: Феникс, 2011.

2. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для средних учебных заведений. / Н.В. Богомолов. 7-е изд. М.: Высшая школа, 2004.

3. www.wikiboks.org.