



DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI KASBIY YO'NALTIRILGANLIK ASOSIDA O'ZGARUVCHILARINING AYRIM XUSUSIYATLARI

Xonqulov Ulug'bek Xursanalievich

Farg'ona davlat universiteti dotsenti, (PhD)

Rasulova Farida Farhodjon qizi

Farg'ona davlat universiteti magistranti.

Annotatsiya : *Maqolada differensial tenglamalarni kasbiy yo'naltirilganlik asosida o'rganish xususiyatlari, jumladan kimyo va tibbiyot yo'nalishi talabalarining kasbiy kompetentsiyani rivojlantirishda differensial tenglamalarni o'rni va ahamiyati ochiqdigan. Kimyo va tibbiyot sohalarida uchraydigan ayrim jarayonlarni differensial tenglamalarni o'rganish jarayonida matematik modellari misol sifatida keltirilgan.*

Kalit so'zlar: *differensial tenglama, xujayra, kimyo, reaksiya, reaksiya tezligi, moddalarning erish qonun, o'zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglama.*

Zamonaviy dunyoda kechayotgan real jarayonlar mutaxassislardan yuqori sifatli va chuqur, barqaror bilim talab qiladi. Bugungi kunda globallashuv tufayli texnologiyalar har yili takomillashib bormoqda, kimyo va tibbiyot sohasida yangi bilimlar va tadqiqotlar paydo bo'lmoqda. Texnologiyalarni ishlab chiqish uchun aksariyat soha vakillariga differensial tenglamalar bilan bohliq hisob-kitoblar ham kerak bo'ladi. Ayni paytda zamonaviy dunyo kimyogar va tibbiyot xodimlarining faoliyatida matematik modellashtirish, statistik ma'lumotlar va amaliyotda qo'llaniladigan boshqa hodisalardan foydalanish bilan bog'liq holda o'zgarib bormoqda [3].

Xususan, jamiyat ehtiyojlari kimyo va tibbiyot ta'limi mutaxassislaridan o'z bilimlarini turli sohalarda qo'llash qobiliyatini yuzaga chiqarishni talab etmoqda. Kimyo va tibbiyotda matematik bilimlarni qo'llash orqali bo'lajak mutaxassisning kasbiy kompetentsiyasini rivojlantirish dolzarb ahamiyatga ega. Kimyoda matematika apparati reaksiyalarning rivojlanishi tendentsiyalarini, tibbiyotda esa matematikaning roli diagnostika muojalalarini amalga oshirishda ilmiy-nazariy tahlillar nuqtai nazaridan sezilmoqda. Hozirgi vaqtda kasalliklarni davolash va tashxislash usullari sezilarli darajada kengaygani hammaga ma'lum [5]. Tibbiyot markazlarining katta qismi matematik modellashtirish usullaridan foydalanadi, bu esa aniqlangan tashxislarning katta qismining aniqligini oshiradi. Matematika asoslarini bilish kimyogarlar va shifokorlar tomonidan inson organizmida sodir bo'ladigan jarayonlarni kuzatish, tavsiflash uchun asos bo'la oladi. Ko'pgina o'quv yurtlarida talabalar asosiy tibbiyot fanlari bilan bir qatorda matematika va uning turli tarmoqlarini (differensial tenglamalar) ni ham o'rganadilar. Amaliy matematikaning asosiy muammosi boshlang'ich matematik modellarni tanlashdir, ya'ni bu holat turli sohalarda, xususan kimyo va tibbiyotda bo'lgani kabi matematik bilimlarni amaliyotga





tatbiq etish, kasbiy yo'naltirilganlik asosida differentsial tenglamalarni o'rganish imkoniyatlarini amalga oshirishga undamoqda[6].

Matematikaning "Differentsial tenglamalar" tarmog'i zamonaviy matematikaning eng katta bo'limlaridan biridir. U ko'plab faoliyat sohalari bilan kesishgan. Ma'lumki, differentsial tenglama- hosila yoki differentsial belgisi ostida noma'lum funksiyalarni o'z ichiga olgan tenglamalardir. Bunday tenglamalar ilmiy ishlanmalarni qurish uchun asos bo'lib xizmat qilishi bilan birga va real jarayonlarni modellashtirishda funktsional foydalaniladi, bu esa zamonaviy kimyo, tibbiyot va boshqa sanoat tarmoqlarining texnologik rivoji uchun juda muhimdir. Shu ma'noda differentsial tenglamalar amaliyotda keng qo'llaniladi. Masalan, kimyoviy reaksiyalar natijasi, moddalarni parchalanish qonuniyatlari, genetik o'zgarish tendentsiyalari, kompaniyaning asosiy daromadlarini hisoblash, vaqt bo'yicha joriy kuchning dinamikasi, ma'lum bir mintaqadagi demografik vaziyatlar va hokazolar differentsial tenglamalar yordamida modellashtiriladi, hisoblanadi[8]. Differentsial tenglamalarga asoslangan matematik usullar ko'plab masalalarni, shu jumladan kimyo, tibbiyot sohasida ham keng jabhalarda qo'llaniladi. Har yili olimlar tobora ko'proq yangi kasalliklarni aniqlaydilar, dori-darmonlarni, davolashning yangi pratsedura va usullarini topadilar. Va bularning hech biri matematikasiz amalga oshirilmasligi barchaga ma'lum. Masalan, kimyo va tibbiyotda uchraydigan muayyan muammolarni hal qilishda differentsial tenglamalarning qo'llanilishi bo'yicha ayrim misollarni ko'raylik. Bunday misollar differentsial tenglamalarni kasbiy yo'naltirilganlik asosida o'rganish imkoniyatlarini oshiradi.

1. Tabletka tarkibidagi moddalarni eritish (tabletkadagi barcha mavjud moddalarni ajratib olish, ya'ni moddalarni erish qonuni).

"Eritish" tajribasi tibbiy adabiyotlarda yoki kimyo, farmatsevtikaga me'yoriy hujjatlarda qayd etilishicha, dorining dozalarini belgilash maqsadida muayyan sharoitlar va ma'lum vaqt davomida qattiq shakldan eritish muhitiga chiqarilishi kerak bo'lgan faol moddaning miqdorini aniqlash tushuniladi.

Faraz qilaylik, n -tabletkada t -erish vaqtigacha qolgan moddaning miqdori bo'lsin. Erish tezligi vaqt bo'yicha quyidagi differentsial tenglama bilan aniqlanadi:

$$\frac{dn}{dt} = -kn \quad (1)$$

bu yerda k - o'zgarmas kattalik bo'lib doimiy erish tezligi deyiladi. Ushbu tenglamada minus belgisi vaqt o'tishi bilan tabletkadagi moddalarning soni erish natijasida kamayib borishini anglatadi.

Yuqoridagi differentsial tenglamani yechamiz, buning uchun o'zgaruvchilarni ajratamiz va keyin uni integrallaymiz:

$$\frac{dn}{n} = -kdt, \quad \int \frac{dn}{n} = -\int kdt.$$

Bundan:





$$\ln|n| = -kt + C.$$

Logarifmning xossaligidan foydalanamiz:

$$|n| = e^{-kt+C}, \quad |n| = C_1 e^{-kt},$$

bu yerda $C_1 = e^C$ ixtiyoriy son.

Modulning xossasiga ko'ra va $e^x > 0, x \in R$ bo'lgani uchun biz quyidagilarni olamiz:

$$n = C_2 e^{-kt},$$

bu yerda $C_2 = \pm C_1$ ixtiyoriy son.

Agar $t = 0$ va $n = n_0$ deb faraz qilsak $C_2 = n_0$, demak:

$$n = n_0 e^{-kt} \quad (2)$$

(2) formula tabletkadagi moddalarning erish qonunini ifodalaydi. Oxirgi tenglamadan k - doimiy erish (sochilish) tezligini topamiz:

$$n = \frac{n_0}{e^{kt}}, \quad e^{kt} = \frac{n_0}{n}, \quad kt = \ln\left(\frac{n_0}{n}\right), \quad k = \frac{1}{t} \cdot \ln\left(\frac{n_0}{n}\right).$$

Tabletkalarning yarmi ($n = \frac{n_0}{2}$) erish vaqti $t = t_{\frac{1}{2}}$ bo'lsa, quyidagini olamiz:

$$\frac{n_0}{2} = n_0 e^{-k \cdot t_{\frac{1}{2}}}, \quad \frac{1}{2} = e^{-k \cdot t_{\frac{1}{2}}}.$$

Oxirgi tenglamaning har ikkala tomonini logariflaymiz:

$$\ln \frac{1}{2} = -k \cdot t_{\frac{1}{2}}.$$

Bundan $t_{\frac{1}{2}}$ yarim erish vaqtini topamiz: $t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{0,693}{k}$.

Ushbu misoldan ko'rish mumkinki, moddalarning erish qonuni birinchi tartibli o'zgaruvchilari ajraladigan differentsial tenglama bilan aniqlanar ekan.

2. Endi dorining inson organizmida parchalanishi bilan bog'liq misolni ko'rib chiqaylik.

Masala: Bemorning organizmiga preparat kiritildi. Agar 4 mg preparat organizmiga kiritilgandan keyin 4 soat ichida uning massasi ikki baravar kamaygan bo'lsa, 8 soatdan keyin preparatning qanday qismi parchalanadi?

Yechim: Ushbu masalani echish uchun avvalo organizmdagi dorivor moddaning miqdorini o'zgarishi vaqt taqsimotiga bog'liqligini aniqlash kerak bo'ladi. Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: vaqtning dastlabki momenti ($t = 0$) da preparatning miqdori (mg larda) $N_0 = 8$ va ikki soat ($t = 2$) dan keyin preparatning miqdori $N_2 = 4$ bo'lsin, bu yerda N - istalgan vaqt davomida preparatning miqdori. Preparat miqdorining o'zgarish tezligi berilgan vaqt mobaynidagi preparat miqdoriga proporsionaldir:





$$\frac{dN}{dt} = kN \quad (3)$$

bu yerda k -proportsionallik koeffitsienti. Izlanayotgan bog'liqlikni aniqlash uchun yuqoridagi differentsial tenglamani echimiz:

$$\frac{dN}{N} = kdt, \quad \ln|N| = kt + C, \quad |N| = e^C e^{kt} = Ce^{kt}.$$

Bundan quyidagi formula kelib chiqadi:

$$N = Ce^{kt} \quad (5)$$

Boshlang'ich shartlardan foydalanib ($N=8, t=0$) C ni topamiz:

$$8 = Ce^{k0}, \quad e^0 = 1, \quad C = 8.$$

Demak, $N = 8e^{kt}$. Ma'lumki, preparat organizmga kiritilishi bilanoq, 4 soatdan keyin uning massasi ikki baravar kamaydi. Endi k ni topamiz. Buning uchun $N = 8e^{kt}$ tenglamaga $t=4, N=4$ qiymatlarini qo'yamiz:

$$4 = 8e^{4k}, \quad 0,5 = e^{4k}.$$

Tenglamaning ikkala tomonining logarifmlaymiz va quyidagilarga erishamiz:

$$\ln 0,5 = \ln e^{4k}, \quad \ln 0,5 = 4k \ln e.$$

Chunki $\ln e = 1$, shuning uchun $k = \frac{\ln 0,5}{4}$. Demak, $N = 8e^{kt}$ formula inobatga

olinsa, preparat miqdorining organizmda vaqtga bog'liqligini quyidagicha yozish mumkin:

$$N = 8e^{\frac{\ln 0,5}{4} \cdot t}.$$

Endi moddaning miqdorini 8 soat ($t=8$) dan keyin qanday qismi parchalanganligini aniqlaymiz, buning uchun oxirgi tenglamadan foydalanamiz:

$N = 8e^{\frac{\ln 0,5}{4} \cdot 8}$. Bu yerda $\ln 0,5 = -0,693$, $2 \cdot \ln 0,5 = -1,386$. Demak: $N = 8e^{-1,386} = 8 \cdot 0,25 = 2$, bu yerda $e^{-1,386} = 0,25$. Xulosa qiladigan bo'lsak, 8 soatdan keyin 2 mg preparat organizmda bo'ladi. Bu vaqt ichida preparatning $8 - 2 = 6$ mg qismi parchalanib ketdi, ya'ni 6 mg modda 8 soatda parchalangani ma'lum bo'ldi.

Ushbu ko'rinishdagi misollarni kimyo, tibbiyot ta'limi yo'nalishi talabalariga o'zgaruvchilari ajraladigan birinchi tartibli differentsial tenglamalarni o'rganish jarayonida qo'llash mumkin. Bunday masalalar kasbiy yo'naltirilganlik asosida differentsial tenglamalarni o'rganish imkoniyatlarini ochib beradi.

Hozirgi vaqtda tibbiyotda "yirtqich-o'lja" modeli qo'llanilmoqda. Onkologik kasalliklarni modellashtirishda o'simta hujayralari qurbonlar, ularni bostiradigan limfotsitlar esa yirtqichlar sifatida qabul qilinadi. Ushbu usullar shifokorlarga optimal davolash yo'lini aniqlashga va ular bilan kurashishning yangi vositalarini yaratishga yordam beradi. Quyida ushbu modelni ko'rib chiqamiz.





3. "Yirtqich-o'lja" modeli.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: x - o'simta hujayralari soni, y - limfotsit hujayralari soni bo'lsin. O'simta hujayralari va limfotsitlar soni vaqt o'tishi bilan o'zgarishini sababli, biz x va y ni t vaqtning uzluksiz funktsiyalari sifatida ko'rib chiqamiz. Modelning holati x va y bilan bevosita bog'liq. Modelning holati qanday

o'zgarishini ko'rib chiqamiz. Ma'lumki, $\frac{dx}{dt}$ o'simta hujayralari sonining o'zgarish

tezligi. Agar o'simta hujayralari bo'lmasa, u holda limfotsitlar soni kamayadi. Ushbu bog'liqlik vaqt bo'yicha chiziqli bo'lib quyidagi tenglama bilan aniqlanadi: $\frac{dy}{dt} = -a_2 y$.

Ekotizimda har bir tur miqdorining o'zgarish tezligi uning umumiy miqdoriga proportsional hisoblanadi, lekin maxsus boshqa turdagi miqdorga bog'liq o'zgarish koeffitsient bilan farq qiladi. O'simta hujayralari uchun bu koeffitsient limfotsitlar sonining ko'payishi bilan kamayadi, limfotsitlar uchun esa o'simta hujayralari sonining ko'payishi bilan ortadi. Bu munosabatlar ham chiziqli bo'ladi. Natijada quyidagi differentsial tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_1 x - b_1 xy \\ \frac{dy}{dt} = -a_2 y + b_2 xy \end{cases}$$

Olingan tenglamalar sistemasi Lotka- Volterri modeli deb ataladi. Be erada a_1, a_2, b_1, b_2 raqamli koeffitsientlar (model parametrlari). Model holatining o'zgarishi tabiati (x, y) parametrlarning qiymatlari bilan belgilanadi. Ushbu tenglamalar sistemasini echish orqali salomatlik holatidagi o'zgarishlar qonuniyatlarini o'rganish mumkin [7]. Hodisani o'rganishda dastlab uning matematik modeli yaratiladi, u matematik shaklda ushbu hodisa bo'ysunadigan asosiy qonunlarni tavsiflaydi. Bizning misollarimizda bu qonuniyatlar differentsial tenglamalar shaklida ifodalangan. Matematik modellar real tizimlarda o'tkazilgan tajribalar natijalarini bashorat qilishni osonlashtiradi, hodisani bir butun sifatida o'rganish, uning rivojlanishini, vaqt o'tishi bilan sodir bo'ladigan o'zgarishlarni bashorat qilish imkonini beradi. Taqdim etilgan misollarda biz tabletkalardan moddaning dozlash darajalarini aniqlash uchun eritish modeli, onkologik kasalliklarni davolashni modellashtirish misolida kimyo va tibbiyotdagi muammolarni hal qilish uchun differentsial tenglamalardan foydalanishni ko'rib chiqdik. Differentsial tenglamalarni yechish uchun matematik apparat amalda tabiatshunoslik tsiklining ko'plab masalalarini hal qilish imkonini beradi. Sog'liqni saqlash va tibbiyot sohasida iqtisodiy mutaxassislik bo'yicha mutaxassisning bilimlarini qo'llash tibbiy tashkilotning iqtisodiy faoliyatini amalga oshirishni nazarda tutadi. Iqtisodchining vakolatiga tibbiy tashkilotning xo'jalik va moliyaviy faoliyati loyihasini tuzish uchun dastlabki ma'lumotlarni tayyorlash, tibbiy xizmatlarning





narxini hisoblash, zarur moddiy, mehnat va moliyaviy xarajatlarni hisoblash, kapital qo'yimalardan samarali foydalanish choralari ishlab chiqish kabi vazifalar kiradi. Kiyogar va tibbiyotchilar tibbiy xizmatlar ko'rsatishni rivojlantirish, yo'qotishlarni bartaraf etish, diagnostika samaradorligini aniqlash, yangi texnologiyalar va ixtirolarni joriy etish, kimyo, tibbiyot tadqiqotlarida ishtirok etish va tibbiy tashkilotning rivojlanishini bashorat qilishda o'z hissasini qo'shishi lozim. So'nggi paytlarda farmatsevtika va tibbiy mahsulotlar sifatini nazorat qilishga katta e'tibor qaratilmoqda, buning uchun nafaqat harorat sharoitlariga, balki yaxshi saqlash va tashish qoidalariga ham rioya qilish majburiydir, bu esa so'zsiz kafolatni nazarda tutadi. Yuqorida aytilganlarning barchasidan kelib chiqqan holda, kimyo va sog'liqni saqlash tizimini rivojlantirish, uning uzluksiz ishlashini ta'minlash va ilmiy ishlanmalarni ishlab chiqish, joriy etishda differentsial tenglamalarning ahamiyati katta ekanligiga ishonch hosil qilamiz.

ADABIYOTLAR:

1. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Ижевск: РХД, 2005.
2. Wellin P., Kamin S., Gaylord R. An introduction to programming with Mathematica. NY: Cambridge University Press, 2005.
3. DRAWING AND IMAGE MODELS TOOL MATH LEARNING OPTIONS. K.U Khursanalievich, T.T.S Ugli, M. Askarali. American Journal of Applied Science and Technology 2 (09), 26-34.
4. DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI O'RGANISHDA "MATHEMATICA" DASTURIY PAKETI IMKONIYTLARI. Б.А Шарапов, У.Х. Хонкулов. Та'lim fidoyilari 24 (1), 83-88.
5. ON THE SELECTION PRINCIPLES OF EDUCATIONAL CONTENT OF STOCHASTIC ELEMENTS OF MATHEMATICS. У.Х. Хонкулов. Наука и мир 2 (4), 56-57.
6. SOME ISSUES OF IMPROVING PRACTICAL MATH EXERCISES. U.X. Honkulov. Scientific Bulletin of Namangan State University 1 (7), 259-266.
7. EHTIMOLIY-STATISTIK TUSHUNCHALARNI KOMPYUTER TEXNOLOGIYASIDAN FOYDALANIB O'RGANISH IMKONIYATLARI. U. X. Xonqulov, M.M. Abdumannopov. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences.
8. Description of Methodical System of Teaching Elements of Stochastics Line Mathematics Using Computer Technologies. U.K. Khankulov. Eastern European Scientific Journal.

