GIPERGEOMETRIK TENGLAMAGA KELTIRILADIGAN BIR JINSLI BO'LMAGAN ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN NOLOKAL CHEGARAVIY MASALA

Nishonova Shahnoza Toxirjon qizi
Muxtorov Diyorbek Qudratillo o'g'li
Farg'ona davlat universiteti, Matematik analiz va differensial tenglamalar kafedrasi

Annotatsiya. *Ushbu maqolada bir jinsli bo'lmagan gipergeometrik tenglamaga keltiriladigan oddiy differensial tenglama uchun lokal masalalar qaralgan. Keyinchalik bu lokal masalalar umumlashtirilib, nolokal masala sifatida tadqiq etilgan.*

Tayanch so'zlar: *gipergeometrik tenglama, Gauss funksiyasi,,Gamma funksiya, Vronskiy determinanti*

НЕЛОКАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ, СВОДИМОГО К ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОМУ УРАВНЕНИЮ

Нишонова Шахноза Тохиржон кизи
Мухторов Диёрбек Кудратулло угли
Ферганский государственный университет, кафедра «Математический анализ и дифференциальные уравнения»

Аннотация. *В данной статье рассматриваются локальные задачи для неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения, сводимого к гипергеометрическому уравнению. В дальнейшем обобщая эти локальные задачи, будут исследованы как нелокальные задачи.*

Ключевые слова: *гипергеометрическое уравнение, функция Гаусса, гамма-функция, определитель Вронского*

NONLOCAL BOUNDARY PROBLEM FOR A NONHOMOGENEOUS ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION REDUCTABLE TO THE HYPERGEOMETRIC EQUATION

Nishonova Shahnoza Toxirjon qizi
Muxtorov Diyorbek Qudratilllo ugli
Fergana State University, Department of Mathematical Analysis and Differential Equations

Annotation: *This article considers local problems for an inhomogeneous ordinary differential equation that can be reduced to a hypergeometric equation. In the future, generalizing these local problems, they will be investigated as non-local problems.*

Key words: *hypergeometric equation, Gaussian function, gamma function, Wronsky determinant*

Kirish: XX asrning o‘rtalaridan boshlab, gazlar dinamikasi, suyuqliklar dinamikasi, sirtlarning cheksiz kichik bukilish nazariyasi, matematik biologiya va boshqa fan tarmoqlarida ko‘plab tadbiqlarga ega bo‘lgan buziladigan differensial tenglamalar jadal o‘rganilmoqda [1]. Xususiy hosilali differensial tenglamalarga qo’yilgan lokal va nolokal masalalarni o’rganishda asosan oddiy differensial tenglamalar uchun lokal va nolokal chegaraviy masalalarga keltirilib tadqiq etiladi.

Lokal va nolokal masalalarni o‘rganishning muhimligi, avvalambor shundan iboratki, ulardan xususiy holda korrekt qo‘yilgan turli klassik chegaraviy masalalar kelib chiqadi. Qolaversa, turli fizik, ximik, biologik, ekologik jarayonlarni matematik modellashtirishda lokal va nolokal shartlar kelib chiqadi. Masalan, garmonik tebranishlar nazariyasida, $\frac{d^2x}{dt^2}+k^2x=0$ - erkin tebranishlar, $\frac{d^2x}{dt^2}+2n\frac{dx}{dt}+k^2x=0$ - so’nuvchi tebranishlar, $\frac{d^2x}{dt^2}+k^2x=q\sin kt$ - majburiy tebranishlar, $\frac{d^2u}{dx^2}-a^2u=0$ - sterjenda issiqlik tarqalish masalasini ifodalaydigan oddiy differernsial tenglamalarga qo‘yilgan lokal va nolokal chegaraviy shartli masalalar bunga misol bo‘la oladi [2].

Yuqorida keltirilgan fikrlardan ko‘rinadiki, buziladigan oddiy differensial tenglamalar uchun qo‘yilgan lokal va nolokal chegaraviy masalalarni tadqiq etish tabiiy va fizik jarayonlarni modellashtirishda dolzarb masalardan hisoblanadi. Bundan tashqari buziladigan differensial tenglamalar uchun lokal va nolokal masalalar o‘rganish differensial tenglamalar fanining ichki imkoniyatlarini ham kengaytirishga xizmat qiladi [4-6].

Ushbu maqolada ikkinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar uchun qo‘yilgan lokal va nolokal chegaraviy shartli masalalar qo‘yilgan va tadqiq qilingan. Bunday tenglamalar uchun chegaraviy masalalar xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun qo’yilgan chegaraviy masalalarni Furye usuli bilan yechilganda hosil bo’lishi bilan izohlash mumkin [7-12].

1. Masalaning qo‘yilishi

E masala. $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ oraliqda

$$y''(x)+2\beta(ctgx-tgx)\cdot y'(x)+\mu y(x)=f\left(x\right) \qquad (1)$$

differensial tenglamani va oraliq chegarasida

$$py\left(0\right)=qy\left(\frac{\pi}{2}\right)+k_1, \qquad (2)$$

$$q\lim_{x\to 0}\left(\sin x\right)^{2\beta}y'\left(x\right)=p\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\cos x\right)^{2\beta}y'\left(x\right)+k_2 \qquad (3)$$

nolokal chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi $y(x)$ funksiya topilsin, bu yerda $0<\beta<1/2$, $\mu\neq 16n^2+16\beta n$, $k_1,k_2,p,q-$ ixtiyoriy berilgan o'zgarmas sonlar, $f(x)$ - $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ oraliqda uzluksiz bo'lgan funksiya.

2. Masalaning bir qiymatli yechilishi

Dastavval, $\{(1)-(3)\}$ masalada p va q larning ba'zi qiymatlarida kelib chiqadigan lokal masalalarni qarab chiqamiz.

I. Agar E masalada $p=1, q=0$ bo'lsa quyidagi masalani hosil qilamiz:

(1) tenglamani va

$$y(0)=k_1, \tag{4}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(\cos x)^{2\beta}y'(x)=-k_2 \tag{5}$$

lokal chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi $y(x)$ funksiya topilsin.

Ushbu masalani yechishga kirishamiz. Buning uchun (1) tenglamaga mos bir jinsli

$$y''(x)+2\beta(ctgx-tgx)\cdot y'(x)+\mu y(x)=0 \tag{6}$$

tenglamani qaraymiz. (6) tenglamada

$$y(x)=\varphi(z),\ z=\sin^2 x \tag{7}$$

almashtirish bajaramiz va (7) ifodani (6) tenglamaga qo'yib, soddalashtirishlarni bajarib,

$$z(1-z)\varphi''(z)+\frac{1}{2}[1+2\beta-(1+2\beta)z]\varphi'(z)+\frac{\mu}{4}\varphi(z)=0,\quad z\in(0;1) \tag{8}$$

tenglamani hosil qilamiz. (8) tenglama Gaussning gipergeomerik tenglamasi deyiladi. Uning yechimi quyidagi ko'rinishda aniqlanadi [3]:

$$\varphi(z)=C_1\varphi_1(z)+C_2\varphi_2(z) \tag{9}$$

bu yerda,

$$\varphi_1(z)=F\left(\beta+\frac{\omega}{2},\beta-\frac{\omega}{2},\frac{1}{2}+\beta;z\right),\ \varphi_2(z)=(z)^{\frac{1}{2}-\beta}F\left(\frac{1+\omega}{2},\frac{1-\omega}{2},\frac{3}{2}-\beta;z\right),$$

$\omega=\sqrt{4\beta^2+\mu}$, $\omega\neq 2n+1\,(n\in N)$, $\omega>2\beta$, C_1,C_2 - o'zgarmas sonlar.

(7) almashtirishni e'tiborga olsak, (6) tenglamaning umumiy yechimi quyidagi ko'rinishda aniqlanadi:

$$y(x)=C_1y_1(x)+C_2y_2(x), \tag{10}$$

bu yerda

$$y_1(x)=F\left(\beta+\frac{\omega}{2},\beta-\frac{\omega}{2},\frac{1}{2}+\beta;\sin^2 x\right),$$

$$y_2(x)=(\sin^2 x)^{\frac{1}{2}-\beta}F\left(\frac{1+\omega}{2},\frac{1-\omega}{2},\frac{3}{2}-\beta;\sin^2 x\right).$$

Endi (1) tenglamaning umumiy yechimini o'zgarmasni variatsiyalash usulidan foydalanib topamiz. Buning uchun (10) yechimda $C_1 = C_1(x),\, C_2 = C_2(x)$ deb yozib olamiz.

$$y(x) = C_1(x)F\left(\beta + \frac{\omega}{2}, \beta - \frac{\omega}{2}, \frac{1}{2} + \beta; \sin^2 x\right) +$$

$$+C_2(x)\left(\sin^2 x\right)^{\frac{1}{2}-\beta} F\left(\frac{1+\omega}{2}, \frac{1-\omega}{2}, \frac{3}{2} - \beta; \sin^2 x\right). \qquad (11)$$

(11) ni (1) tenglamaga qo'yib, ushbu tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} C_1'(x)y_1(x) + C_2'(x)y_2(x) = 0, \\ C_1'(x)y_1'(x) + C_2'(x)y_2'(x) = f(x). \end{cases}$$

Bu sistemani yechib, $C_1(x)$ va $C_2(x)$ larni bir qiymatli aniqlaymiz:

$$C_1(x) = \int_0^x \frac{-y_2(z) f(z)}{W\left[y_1(z), y_2(z)\right]} dz + C_1(0), \qquad C_2(x) = \int_0^x \frac{y_1(z) f(z)}{W\left[y_1(z), y_2(z)\right]} dz + C_2(0),$$

(12)

bu yerda, $W(y_1, y_2)$- Vronskiy determinanti.

Teorema. *Agar chiziqli erkli* $y_1(x)$*va* $y_2(x)$ *funksiyalar koeffitsientlari* $0 < x < \frac{\pi}{2}$ *intervalda uzluksiz bo'lgan chiziqli bir jinsli (6) tenglamaning yechimi bo'lsa, u holda tegishli Vronskiy determinanti* $0 < x < \frac{\pi}{2}$ *intervalning birorta ham nuqtasida nolga aylanmaydi* [2, 76-bet].

Endi (12) tengliklarni (11) umumiy yechimga qo'yib, (1) tenglamaning umumiy yechimini quyidagi ko'rinishda topiladi:

$$y(x) = C_1(0)y_1(x) + C_2(0)y_2(x) + \int_0^x \frac{y_1(z)y_2(x) - y_2(z)y_1(x)}{W\left[y_1(z), y_2(z)\right]} f(z)dz. \qquad (13)$$

Endi (13) ni (4), (5) chegaraviy shartlarga bo'ysundirib, $C_1(0)$ va $C_2(0)$ larning qiymatini topamiz [2]. Buning uchun

$$y_1'(x) = \frac{4\beta^2 - \omega^2}{2 + 4\beta} \sin 2x F\left(\beta + \frac{\omega}{2} + 1, \beta - \frac{\omega}{2} + 1, \frac{3}{2} + \beta; \sin^2 x\right),$$

$$y_2'(x) = \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \sin 2x \left(\sin^2 x\right)^{-\frac{1}{2}-\beta} F\left(\frac{1+\omega}{2}, \frac{1-\omega}{2}, \frac{1}{2} - \beta; \sin^2 x\right).$$

$y_1'(x)$ va $y_2'(x)$ hosilalardagi gipergeometrik funksiyaning $x = \frac{\pi}{2}$ qiymatda tekis yaqinlashuvchi bo'lishi uchun $c - a - b > 0$ tengsizlik bajarilishi kerak, $y_1'(x), y_2'(x)$ uchun shu $c - a - b$ ayirmaning ishorasini tekshiramiz.

$$1)\ \frac{3}{2}+\beta-\beta-\frac{\omega}{2}-1-\beta+\frac{\omega}{2}-1=-\frac{1}{2}-\beta<0,\ 0<\beta<1/2.$$

$$2)\ \frac{1}{2}-\beta-\frac{1}{2}-\frac{\omega}{2}-\frac{1}{2}+\frac{\omega}{2}=-\frac{1}{2}-\beta<0,\ 0<\beta<1/2. \qquad c-a-b<0$$

bo‘lganligi uchun $y_1'(x)$ va $y_2'(x)$ hosilalarni quyidagi

$$F(a,b,c;x)=(1-x)^{c-a-b}F(c-a,c-b,c;x)$$

avtotransformatsiya formulasidan foydalanib,

$$y_1'(x)=\frac{4\beta^2-\omega^2}{2+4\beta}\sin 2x\left(1-\sin^2 x\right)^{-\frac{1}{2}-\beta}\cdot F\left(\frac{1-\omega}{2},\frac{1+\omega}{2},\frac{3}{2}+\beta;\sin^2 x\right),$$

$$y_2'(x)=\left(\frac{1}{2}-\beta\right)\left(\sin^2 x\right)^{-\frac{1}{2}-\beta}\sin 2x\left(1-\sin^2 x\right)^{-\frac{1}{2}-\beta}F\left(-\beta-\frac{\omega}{2},-\beta+\frac{\omega}{2},\frac{1}{2}-\beta;\sin^2 x\right)$$

ko‘rinishda yozib olamiz.

(13) yechimni (4) shartga bo‘ysundirib,

$$y(0)=C_1(0)=k_1$$

tenglikni hosil qilamiz.

Endi (13) umumiy yechimni (5) shartga bo‘ysundirish uchun dastlab uning hosilasini topamiz. (13) ning hosilasini topish uchun parametrga bog‘liq integrallardan hosila olish formulasi (Leybnis formulasi)dan foydalanamiz.

$$y'(x)=\int_0^x\frac{y_1(z)y_2'(x)-y_2(z)y_1'(x)}{W\left[y_1(z),y_2(z)\right]}f(z)dz+C_1(0)y_1'(x)+C_2(0)y_2'(x).$$

Bu tenglikni (5) shartga bo‘ysundiramiz va quyidagi tenglikka ega bo‘lamiz:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(\cos x)^{2\beta}\left[\int_0^x\frac{y_1(z)y_2'(x)-y_2(z)y_1'(x)}{W\left[y_1(z),y_2(z)\right]}f(z)dz+C_1(0)y_1'(x)+C_2(0)y_2'(x)\right]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{y_1(z)(1-2\beta)F\left(-\beta-\frac{\omega}{2},-\beta+\frac{\omega}{2},\frac{1}{2}-\beta;1\right)}{W\left[y_1(z),y_2(z)\right]}-\right.$$

$$\left.-\frac{\left(4\beta^2-\omega^2\right)y_2(z)F\left(\frac{1-\omega}{2},\frac{1+\omega}{2},\frac{3}{2}+\beta;1\right)}{(1+2\beta)W\left[y_1(z),y_2(z)\right]}\right\}f(z)dz+$$

$$+C_1(0)\left[\frac{4\beta^2-\omega^2}{1+2\beta}F\left(\frac{1-\omega}{2},\frac{1+\omega}{2},\frac{3}{2}+\beta;1\right)\right]+$$

$$+C_2(0)\left[(1-2\beta)F\left(-\beta-\frac{\omega}{2},-\beta+\frac{\omega}{2},\frac{1}{2}-\beta;1\right)\right]=-k_2.$$

Yuqoridagi $C_1(0)=k_2$ va $F(a,b,c;1)=\dfrac{\Gamma(c)\Gamma(c-a-b)}{\Gamma(c-a)\Gamma(c-b)}$ tengliklarni e'tiborga olib, $C_2(0)$ ning qiymatini topamiz,

$$C_2(0)=\left\{-k_2-\frac{k_1 2\Gamma^2\left(\frac{1}{2}+\beta\right)}{\Gamma\left(\beta+\frac{\omega}{2}\right)\Gamma\left(\beta-\frac{\omega}{2}\right)}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{y_1(z)(1-2\beta)\cos\frac{\omega\pi}{2}}{W[y_1(z),y_2(z)]\cos\beta\pi}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{2y_2(z)\Gamma^2\left(\frac{1}{2}+\beta\right)}{2W[y_1(z),y_2(z)]\Gamma\left(\beta+\frac{\omega}{2}\right)\Gamma\left(\beta-\frac{\omega}{2}\right)}\right]f(z)dz\right\}\frac{\cos\beta\pi}{(1-2\beta)\cos\frac{\omega\pi}{2}}.$$

Quyidagi belgilashlarni kiritaylik:

$$\Gamma\left(\beta+\frac{\omega}{2}\right)\Gamma\left(\beta-\frac{\omega}{2}\right)=l_1,\ \Gamma\left(1-\beta+\frac{\omega}{2}\right)\Gamma\left(1-\beta-\frac{\omega}{2}\right)=l_2, \qquad (14)$$

$$\Gamma^2\left(\frac{1}{2}+\beta\right)=l_3, \Gamma^2\left(\frac{1}{2}-\beta\right)=l_4,\ \frac{\cos\frac{\omega\pi}{2}}{\cos\beta\pi}=l_5. \qquad (15)$$

Natijada $\{(1),(4),(5)\}$ masalaning yechimi quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$y(x)=\int_0^x\left[\frac{y_1(z)(\sin^2 x)^{\frac{1}{2}-\beta}F\left(\frac{1+\omega}{2},\frac{1-\omega}{2},\frac{3}{2}-\beta;\sin^2 x\right)}{W[y_1(z),y_2(z)]}-\right.$$

$$\left.-\frac{y_2(z)F\left(\beta+\frac{\omega}{2},\beta-\frac{\omega}{2},\frac{1}{2}+\beta;\sin^2 x\right)}{W[y_1(z),y_2(z)]}\right]f(z)dz+$$

$$+k_1F\left(\beta+\frac{\omega}{2},\beta-\frac{\omega}{2},\frac{1}{2}+\beta;\sin^2 x\right)+$$

$$+\left\{-\frac{k_2l_1+2k_1l_3}{(1-2\beta)l_5l_1}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1-2\beta)l_1\cdot l_5y_1(z)-2l_3y_2(z)}{(1-2\beta)l_5l_1\cdot W[y_1(z),y_2(z)]}f(z)dz\right\}\times$$

$$\times(\sin^2 x)^{\frac{1}{2}-\beta}F\left(\frac{1+\omega}{2},\frac{1-\omega}{2},\frac{3}{2}-\beta;\sin^2 x\right).$$

Bu yerda $l_1 \neq 0,\ \ l_5 \neq 0, \omega \neq 1+2n$.

II. Endi E masalada $p=0,\ q=1$ bo'lgan hol uchun masalani yechimini topaylik. U holda quyidagi masalani hosil qilamiz:

(1) tenglamani va

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right)=-k_1, \qquad (16)$$

$$\lim_{x\to 0}(\sin x)^{2\beta}y'(x)=k_2 \qquad (17)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $y(x)$ funksiya topilsin.

Dastlab, (13) tenglikni (17) shartga bo'ysundirib,

$$k_2=\lim_{x\to 0}(\sin x)^{2\beta}\left\{\int_0^x \frac{y_1(z)y_2'(x)-y_2(z)y_1'(x)}{W[y_1(z),y_2(z)]}+\right.$$

$$+C_1(0)\left[\frac{4\beta^2-\omega^2}{1+2\beta}\sin x(\cos x)^{-2\beta}F\left(\frac{1-\omega}{2},\frac{1+\omega}{2},\frac{3}{2}+\beta;\sin^2 x\right)\right]+$$

$$\left.+C_2(0)\left[(1-2\beta)(\sin x)^{-2\beta}(\cos x)^{-2\beta}F\left(-\beta-\frac{\omega}{2},-\beta+\frac{\omega}{2},\frac{1}{2}-\beta;\sin^2 x\right)\right]\right\}=$$

$$=(1-2\beta)C_2(0)$$

munosabatga ega bo'lamiz. Bundan $C_2(0)=\dfrac{k_2}{1-2\beta}$ ekanligi kelib chiqadi.

Endi (13) tenglikni (17) shartga qo'yib, $C_2(0)$ ning qiymatini e'tiborga olsak,

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1-2\beta)l_4\cdot y_1(z)-l_5 l_2 y_2(z)}{2l_2\cdot W[y_1(z),y_2(z)]}f(z)dz+l_5C_1(0)+\frac{(1-2\beta)l_4}{2l_2}C_2(0)=-k_1$$

tenglikka ega bo'lamiz. Bu yerda $l_2 \neq 0$.

Yuqoridagi tenglikdan $C_1(0)$ ning qiymatini topamiz.

$$C_1(0)=\left[-\frac{2l_2k_1+l_4k_2}{l_5}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1-2\beta)l_4y_1(z)-2l_2l_5y_2(z)}{2l_2l_5\cdot W[y_1(z),y_2(z)]}f(z)dz\right].$$

Demak, $\{(1),(16),(17)\}$ masalaning yechimi quyidagicha bo'ladi.

$$y(x)=\int_0^x\frac{y_1(z)y_2(x)-y_2(z)y_1(x)}{W[y_1(z),y_2(z)]}f(z)dz+$$

$$+\left[-\frac{2l_2k_1+l_4k_2}{l_5}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1-2\beta)l_4y_1(z)-2l_2l_5y_2(z)}{2l_2l_5\cdot W[y_1(z),y_2(z)]}f(z)dz\right]y_1(x)+\frac{k_2}{1-2\beta}y_2(x).$$

III. *E* masalada $p=1, q=1$ bo'lsin. U holda quyidagi masalani hosil qilamiz.

(1) tenglamani va

$$y(0)=y\left(\frac{\pi}{2}\right)+k_1, \quad (18)$$

$$\lim_{x\to 0}(\sin x)^{2\beta}y'(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(\cos x)^{2\beta}y'(x)+k_2 \quad (19)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $y(x)$ funksiya topilsin.

Buning uchun quyidagi belgilashlarni kiritib, (13) umumiy yechimni (18) va (19) shartlarga bo'ysundiramiz va quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1-2\beta)l_4y_1(z)-l_2l_5y_2(z)}{2l_2\cdot W\left[y_1(z),y_2(z)\right]}f(z)dz=m, \quad (20)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{l_2(1-2\beta)l_5y_1(z)-2l_3y_2(z)}{l_2\cdot W\left[y_1(z),y_2(z)\right]}f(z)dz=n. \quad (21)$$

Natijada quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases}(l_5-1)C_1(0)+\dfrac{(1-2\beta)l_4}{2l_2}C_2(0)=-k_1-m,\\ 2\dfrac{l_3}{l_1}C_1(0)+(1-2\beta)(l_5-1)C_2(0)=-k_2-n.\end{cases}$$

Bu sistemadan $C_2(0)=-\dfrac{\left[2(k_1+m)l_3+(k_2+n)(l_5-1)\right]l_1}{(1-2\beta)(l_5-1)\left(l_1l_5-l_1-\pi^2\right)}$,

$$C_1(0)=-\frac{2l_4(k_1+m)(l_5-1)\left(l_1l_5-l_1-\pi^2\right)+2(k_1+m)l_3l_4-(k_2+n)l_4}{2(l_5-1)^2\left(l_1l_5-l_1-\pi^2\right)\left(4\beta^2-\omega^2\right)}$$

ekanligini topib, bu qiymatlarni (13) ga qo'ysak, $\{(1),(19),(20)\}$ masalaning yechimi hosil bo'ladi. Bu yerda $l_5-1\neq 0$, $l_1l_5-l_1-\pi^2\neq 0$. **IV.** Berilgan *E* masalani tadqiq etamiz.

Dastlab, (13) tenglikni (2), (3) shartlarga bo'ysundiramiz. $C_1(0)$ va $C_2(0)$ larga nisbatan quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases}(ql_5-p)C_1(0)+q\dfrac{(1-2\beta)l_4}{2l_2}C_2(0)=-k_1-qm,\\ p\dfrac{2l_3}{l_1}C_1(0)+(1-2\beta)(pl_5-q)=-k_2-pn.\end{cases}$$

Bu sistemadan $C_1(0)$va $C_2(0)$larni bir qiymatli topamiz:

$$C_1(0)=\frac{-4(k_2+qm)(pl_5-q)(ql_1l_5-pl_1-p\pi^2)+2(2p(k_1+qm)l_3-l_1(pl_5-q)(k_2+pn))l_4}{(pl_5-q)^2(4\beta^2-\omega^2)(ql_1l_5-pl_1-p\pi^2)},$$

$$C_2(0)=\frac{2p(k_1+qm)l_3-l_1(pl_5-q)(k_2+pn)}{(1-2\beta)(pl_5-q)(ql_1l_5-pl_1-p\pi^2)}.$$

$C_1(0)$ va $C_2(0)$ ning qiymatlarini (13) ga qo'yib, $\{(1)-(3)\}$ masalaning yechimini hosil qilamiz. Bu yerda $pl_5-q\neq 0$, $l_1l_5-l_1-\pi^2\neq 0$.

Xulosa: Bizga ma'lumki, oddiy differensial tenglamalarga qo'yilgan chegaraviy masalalarni yechish nazariyasida bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalarni o'zgarmasni variasiyalash metodi [2] bilan yechish tavsiya qilinadi. Lekin ba'zi oddiy differensial tenglamalar ko'rinishi murakkab bo'lib, bu tenglamalarni yechish uchun o'zgaruvchilarni almashtirish yordamida boshqa ma'lum tenglamalarga keltirib yechish zarurati paydo bo'ladi. Bu tenglamaga qo'yilgan chegaraviy shartlar esa masalani yechishda qiyinchilik tug'diradi. Shu sababli ushbu *E* masalani yechishda bir jinsli bo'lmagan oddiy differensial tenglamani gipergeometrik tenglamaga keltirib, bu masalani o'zgarmasni variasiyalash usuli yordamida yechilgan. Bu masala yangi hisoblanib, olingan natija keyinchalik ba'zi xususiy hosilali differensial tenglamalarga qo'yilgan chegaraviy masalalarni tatqiq etishga yordam beradi.

ADABIYOT:

1. Нахушев А.М. Уравнения математической биологи. – М.: Вышая школа. 1995.

2. Бойқўзиев. Қ.Б. Дифференциал тенгламалар. Тошкент, "Ўқитувчи". 1983. 192 b.

3. Ўринов. А.Қ. Махсус функциялар ва махсус операторлар. –Фарғона. 2012. 112 b.

4. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Гипер-геометрическая функция. Функция Лежандра. – М.:Наука, 1965. –296 с.

5. Nishonova Sh.T., Muxtorov D.Q. Gipergeometrik tenglamaga keltiriladigan differensial tenglama uchun bir boshlang'ich masala haqida// "O'zbekiston olimlari va yoshlarining innovatsion ilmiy-amaliy tadqiqotlari'' nomli anjuman materiallari. 17-qism. Toshkent-2021.117-b.

6. Nishonova Sh.T., Muxtorov D.Q. Gipergeometrik tenglamaga keltiriladigan differensial tenglama uchun bir nolokal xos qiymat haqidagi masala// "Ilm-zakovatimiz – senga, ona-Vatan!" mavzusidagi Respublika onlayn ilmiy-amaliy anjuman materiallari. 20-yanvar, 2022 y. 55-b.

7. Muxtorov D.Q. Gipergeometrik tenglamaga keltiriladigan differensial tenglama uchun ko'rinishi o'zgargan Koshi masalasi// "Zamonaviy matematikaning nazariy

asoslari va amaliy masalalari" Respublika ilmiy-amaliy anjumani materiallari to'plami. Andijon, 28- mart 2022 yil, 71-b.

8. Нишонова Ш.Т. Об одной спектральной задаче с нелокальными условиями для уравнения смешанного типа // Материалы второго Международного Российско - Узбекского симпозиума "Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики". - Нальчик: Издательство КБНЦ РАН. -С.207-210, 2012.

9. Каримов К.Т. Внутренне – краевые задачи для уравнений смешанного типа с двумя сингулярными коэффициентами: Автореф. дис. … канд. физ.-мат. наук. – Ташкент. 2010. – 20с.

10. Уринов А.К., Нишонова Ш.Т. Некоторые краевые задачи для уравнения смешанного типа с сингулярными коэффициентами // Узбекский математический журнал. – Ташкент. 2011. № 4. – С. 186-193.

11. Нишонова Ш.Т. Собственные значения и собственные функции одной задачи типа задачи Франкля для уравнения смешанного типа с сингулярными коэффициентами // Доклады АН РУз. – Ташкент. 2011. № 3. – С. 16-19.

12. Нишонова Ш.Т. Нелокальные задачи для уравнения смешанного типа с двумя сингулярными коэффициентами // Доклады АН РУз. – Ташкент. 2012. № 4. – С. 15-18.