ОТОБРАЖЕНИЯ ОКРУЖНОСТИ С ИЗЛОМАМИ

Х.К.Каршибоев
Самаркандский институт экономика и сервиса

Настоящая работа посвящена одной важной предельной теоремы для метрических сумм.

Хорошо известно, что преобразование ренормгруппы в множестве гомеоморфизмов окружности с изломами имеет периодические траектории. Обозначим через X множество пар строго возрастающих функций $(f(x),\ x\in[-1,0];\ g(x),\ x\in[0,\alpha])$, удовлетворяющих следующим условиям:

$a)\quad f(0)=\alpha,\ g(0)=-1,\quad f(-1)=g(\alpha),\quad f(-1)<0,\quad f^{(2)}(-1)\geq 0;$

$b)\quad f(x)\in C^{2+\varepsilon}([-1,0]),\ \ g(x)\in C^{2+\varepsilon}([0,\alpha])$, при некотором $\varepsilon>0$.

Определим преобразование ренормализационной группы $R_b : X\to X$:

$R_b(f(x),\ x\in[-1,0];\ g(x),\ x\in[0,\alpha])=(\tilde{f}(x),\ x\in[-1,0];\ \tilde{g}(x),\ x\in[0,\alpha'])$,

где $\tilde{f}(x)=-\alpha^{-1}f(g(-\alpha x)),\ \ \tilde{g}(x)=-\alpha^{-1}f(-\alpha x),\ \ \alpha'=-\alpha^{-1}f(-1)$.

Положим $c=f'(-0)\cdot\left(g'(+0)\right)^{-1}$. В работе Вула и Ханина [ВХ] доказано, что при фиксированном c и числе вращения равным “золотому сечению”, преобразование R_b имеет единственную периодическую орбиту $\{f_i(x),\ g_i(x),\ i=1,2\}$ периода два. Причем $f_i(x)$ является дробно-линейными функциями [ВХ].

Определим гомеоморфизмы окружности T_i: $T_i(x)=l_i\left(f_i(l_i^{-1}(x))\right)$, если $0\leq x<\left(1+\alpha_i\right)^{-1}$ и $T_i(x)=l_i\left(g_i(l_i^{-1}(x))\right)$, если $\left(1+\alpha_i\right)^{-1}\leq x<1$. Числа вращения этих гомеоморфизмов равны “золотому сечению”.

Обозначим через $B(T_b)$ множество всех C^1-сопряженных с T_b гомеоморфизмов окружности. Фиксируем натуральное число $k>1$. Пусть $n>k$. Рассмотрим $(n-k)-$ую ренормализационную окрестность V_{n-k} особой точки $x_0=x_b$.

Рассмотрим произвольный гомеоморфизм окружности $T\in B(T_b)$. Фиксируем натуральное число $k>1$. Пусть $n>k$. Рассмотрим $(n-k)-$ую ренормализационную окрестность V_{n-k} особой точки $x_0=x_b$. По определению

$V_{n-k}=[x_{q_{n-k}},x_{q_{n-k+1}}]=\Delta_0^{(n-k)}\cup\Delta_0^{(n-k+1)}$. Пусть $r\geq 0$. Возьмем произвольный отрезок $(n+r)-$го ранга целиком лежащий в одном из отрезков $\Delta_0^{(n-k)}$ или $\Delta_0^{(n-k+1)}$. Этот отрезок выглядит следующим образом $\Delta_0^{(n+r)}(a_0^{(n+r)})=[a_0^{(n+r)},T^{q_{n+r}}(a_0^{(n+r)})]$, где $a_0^{(n+r)}-$некоторая точка отрезка V_{n-k}.

Напомним, что $E^{(1)}_{n-k}(x)$ – время пер-вого попадания точки x в окрестность V_{n-k}. Поскольку $T^{q_{n-k+1}}(\Delta_0^{(n-k)}) \subset V_{n-k}$ и $T^{q_{n-k}}(\Delta_0^{(n-k+1)}) \subset V_{n-k}$, получим, что

$E^{(1)}_{n-k}(\Delta_0^{(n-k)}) = q_{n-k+1}$, $E^{(1)}_{n-k}(\Delta_0^{(n-k+1)}) = q_{n-k}$, т.е. $E^{(1)}_{n-k}(x)$ на V_{n-k} является ступенчатой функцией и принимает всего два значения. Рассмотрим следующую метрическую сумму:

$$\sum_{i=0}^{E^{(1)}_{n-k}-1}\left[l(T^i\Delta_0^{(n+r)}(a_0^{(n+r)})\right]^{\beta}, \qquad (1)$$

здесь $\beta \in R^1$ - параметр, а $l(\cdot)$ - обозначает длину отрезка.

Нас интересует поведение суммы (1) при $n \to \infty$. Теперь опишем структуру символической динамики для элементов суммы (1). Отрезки $\Delta_0^{(n+r)}(a_0^{(n+r)}), T\Delta_0^{(n+r)}(a_0^{(n+r)}),\ldots,T^{E^{(1)}_{n-k}-1}\Delta_0^{(n+r)}(a_0^{(n+r)})$ содержатся в отрезках разбиения ξ_{n-k}. Поэтому в словах, соответствующих точкам каждого отрезка $T^i\Delta_0^{(n+r)}(a_0^{(n+r)})$, $0 \le i \le E^{(1)}_{n-k}-1$ начальные $(n-k)$ букв совпадают. При рассмотрении динамики отрезка $\Delta_0^{(n+r)}(a_0^{(n+r)})$ в словах, соответствующих $T^i(a_0^{(n+r)})$, $0 \le i \le E^{(1)}_{n-k}-1$, меняются только начальные $(n-k)$ букв. Заметим, что отрезки, $[a_i^{(n+r)}, T^{q_{n+r}}(a_i^{(n+r)})]$, $0 \le i \le q_{n+r+1}-1$, являются $(n+r)-$ го ранга и однозначно определяются одной концевой точкой $a_i^{(n+r)}$. Точкам $a_i^{(n+r)}$, $0 \le i \le E^{(1)}_{n-k}-1$, соответствуют слова вида $(b_1(i), b_2(i),\ldots,b_{n-k}(i), \quad \gamma_1,\gamma_2,\ldots,\gamma_p,\ldots)$. Обозначим $\vec{\gamma} = (\gamma_1,\gamma_2,\ldots,\gamma_p,\ldots)$. Ясно, что $\vec{\gamma} \in J_+$. Положим $T^i\Delta_0^{(n+r)}(a_0^{(n+r)}) = \Delta(b_1,b_2,\ldots,b_{n-k};\vec{\gamma})$, $0 \le i \le E^{(1)}_{n-k}-1$.

Теперь сформулируем основную нашу работу.

Теорема 1. Отрезок $[a_0^{(n+r)}, T^{q_{n+r}}(a_0^{(n+r)})]$ покрывается максимум тремя последующими отрезками разбиения $\xi_{n+r}(x_0)$.

Теорема 2. Пусть $\beta > 0$. Для каждого $j \in [0, l(m)]$ существует конечный предел

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{E^{(1)}_{n-k}-1}\left(l(T^i\omega_j)\right)^{\beta}.$$

ЛИТЕРАТУРА:

1. Вул Е.Б., Ханин К.М. Гомеоморфизмы окружности с особенностями типа излома// Успехи математических наук. -1990. т.45. вып.3(273).- С.189-190.

2. Coelho Z., de Faria E. Limit laws of entrance times for homeomorphisms of the circle// Israel J.Math.-1996.- №93.-P.93-112.

3. Джалилов А.А., Каршибоев Х.К. Предельные теоремы для времени попаданий отображений окружности с одной точкой излома // Успехи математических наук. – Москва, 2004.- Т. 59. вып. 1(355). С. 185-186.

4. 14.. Daniyarovich, R. B. X. Y. I. (2022). MILLIY OQUV DASTURI ASOSIDA INNOVATSION KASBGA YONALTIRISH. IJODKOR O'QITUVCHI, 2(20), 86-89.

5. Daniyarovich, R. B. X. Y. I. (2022). MILLIY OQUV DASTURI ASOSIDA INNOVATSION KASBGA YONALTIRISH. IJODKOR O'QITUVCHI, 2(20), 86-89.

6. Khabibullaevich, R. B. (2022). Formation of Professional Culture of Future Technology Education Teachers Through National Values (On the Example of the Direction of the Art of Woodworking). Periodica Journal of Modern Philosophy, Social Sciences and Humanities, 6, 26-30.

7. Khabibullaevich, R. B. (2022). Formation of Professional Culture of Future Technology Education Teachers Through National Values (On the Example of the Direction of the Art of Woodworking). Periodica Journal of Modern Philosophy, Social Sciences and Humanities, 6, 26-30.

8. Razzokov, B. K. (2022). The System Of Formation Of Professional Culture Of Teachers Of Future Technological Education Through National Values. Journal of Positive School Psychology, 1659-1665. Razzokov, B. K. (2022). The System Of Formation Of Professional Culture Of Teachers Of Future Technological Education Through National Values. Journal of Positive School Psychology, 1659-1665. Razzokov, B. K. (2022). The System Of Formation Of Professional Culture Of Teachers Of Future Technological Education Through National Values. Journal of Positive School Psychology, 1659-1665.

9. Разоқов, Б. Х., & Муталипов, Р. Р. (2021). ПРОФОРИЕНТАЦИЯ СТУДЕНТОВ НА ОСНОВЕ НАЦИОНАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ. Международный научный журнал, 11, 99.

10. Разоқов, Б. Х., & Муталипов, Р. Р. (2021). ПРОФОРИЕНТАЦИЯ СТУДЕНТОВ НА ОСНОВЕ НАЦИОНАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ. Международный научный журнал, 11, 99.

11. Разоқов, Б. Х., & Муталипов, Р. Р. (2021). ПРОФОРИЕНТАЦИЯ СТУДЕНТОВ НА ОСНОВЕ НАЦИОНАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ. Международный научный журнал, 11, 99.

12. Разоқов, Б. Х., & Муталипов, Р. Р. (2021). ПРОФОРИЕНТАЦИЯ СТУДЕНТОВ НА ОСНОВЕ НАЦИОНАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ. Международный научный журнал, 11, 99.