

KVANT MEXANIKASI BA'ZI MASALALARINI KOMPLEKS SONNING
TRIGONOMETRIK SHAKLIDAN FOYDALANIB YECHISH

Raupova Sojida Abduvaitovna

Ko'charova Madina Nurmurod qizi

TerDU Matematika (yo'nalishlar bo'yicha) magistranti

Annotatsiya: *Maqolada kvant mexanikasidagi ayrim masalalarni kompleks sonning trigonometrik shaklidan foydalanib yechish bo'yicha ma'lumotlar o'rin olgan.*

Tayanch so'z va iboralar: *Potensial o'ra, kompleks sonlar, operatorlar, to'lqin funksiyasi, energiyaning xususiy qiymatlari*

Ma'lumki, fizik masalalarni yechish ko'pincha murakkab sonlar yordamida soddalashtiriladi. Jumladan, kvant mexanikasi klassik mexanikadan farq qiladigan fizik olamni tasvirlaydi. Kvant mexanikasi qonuniyatlarini ifodalash uchun ba'zi matematik tushunchalarni qo'llash zaruriyatini yuzaga keltiradi. Ana shunday tushunchalarga kompleks sonlar va chiziqli algebra elementlari kiradi. Kompleks sonlarning yana bir muhim qo'llanilishi kvant mexanikasida kvant tizimining holatini yoki to'lqin funksiyasini ifodalovchi muhim rol o'ynaydi.

Kompleks sonlar matematikada muhim ahamiyatga ega bo'lsa-da, haqiqiy sonlar bilan ifodalangan fizik tajribalarni tasvirlash uchun zarur emas. Fizikaning aksariyat nazariyalari haqiqiy sonlarga asoslangan bo'lsa-da, kvant nazariyasi birinchi bo'lib murakkab Gilbert fazolarida harakat qiluvchi operatorlar nuqtai nazaridan shakllantirilgan.

Kvant mexanikasida zarrachaning potensial o'radagi harakati, zarracha harakatining to'lqin tenglamalarini hosil qilish ma'lum matematik qonuniyatlarga asoslangan holatda keltirib chiqariladi. Misol sifatida quyidagi masalani qarab chiqamiz.

Masala. Cheksiz chuqur bir o'lchamli to'g'ri burchakli potensial o'ra uchun Shredinger tenglamasining yechimini $\psi(x) = c_1 e^{ikx} + c_2 e^{-ikx}$ ko'rinishda yozish mumkin,

bunda $k = \sqrt{\frac{2mE}{\eta}}$. Chegaraviy va ψ funksiyaning normallashtirish shartlaridan foydalanib: 1) c_1 va c_2 koeffitsientlar; 2) Energiyaning E_n xususiy qiymatlari aniqlansin. Normallashtirilgan xususiy ψ - funksiya uchun ifoda topilsin.

Berilgan

$$\psi(x) = c_1 e^{ikx} + c_2 e^{-ikx}$$

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\eta}}$$

$$c_1 = ? \quad c_2 = ? \quad E_n = ?$$

Yechish

Potensial o'radagi zarracha harakatiga oid Shredinger tenglamasini yechishda bu masala uchun chegaraviy shartlar keltiriladi. Uzlüksizlik shartiga asosan $x=0$ va $x=l$ nuqtalarda to'lqin funksiyasi nolga teng. $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$ ga asosan:

$$e^{ikx} = \cos kx + i \sin kx \quad (1)$$

$$e^{-ikx} = \frac{1}{e^{ikx}} = \frac{1}{\cos kx + i \sin kx} = \frac{(\cos kx - i \sin kx)}{(\cos kx + i \sin kx)(\cos kx - i \sin kx)} = \cos kx - i \sin kx$$

$$\psi(0) = c_1(\cos 0 + i \sin 0) + c_2(\cos 0 - i \sin 0) = c_1 + c_2 = 0 \text{ bundan } c_1 = -c_2 \text{ kelib chiqadi.}$$

Normallashtirish $\int_0^l |\psi_n|^2 dx = 1$ shartidan foydalansak

$$\int_0^l |c_1 e^{ikx} + c_2 e^{-ikx}|^2 dx = \int_0^l |-c_2(\cos kx + i \sin kx) + c_2(\cos kx - i \sin kx)|^2 dx = 2 \cdot 2c_2^2 \int_0^l \cos^2 kx dx = 2c_2^2 l = 1$$

$$c_2 = \frac{1}{\sqrt{2l}} \quad c_1 = -\frac{1}{\sqrt{2l}}$$

c_1 va c_2 koefitsientlarning aniqlangan qiymatlarini berilgan tenglamaga qo'yamiz:

$$\psi(x) = -\frac{1}{\sqrt{2l}} e^{ikx} + \frac{1}{\sqrt{2l}} e^{-ikx} \quad (2)$$

$$\frac{\eta^2}{2m} \nabla \psi + (E - U)\psi = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\eta^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + (E - U)\psi = 0 \quad (4) \text{ bunda } U = 0 .$$

(2) ifodani (4) ifodadagi ψ ning o'rniga qo'yamiz:

$$\frac{\eta^2}{2m} \left(\frac{k^2}{\sqrt{2l}} e^{ikx} - \frac{k^2}{\sqrt{2l}} e^{-ikx} \right) + E\psi = 0$$

$$E\psi = \frac{\eta^2}{2m} k^2 \psi$$

$$E = \frac{\eta^2}{2m} k^2 \quad (5)$$

hosil qilamiz.

Endi $x=l$ bo'lgan holatni qarab chiqamiz:

$$\psi(l) = -\frac{1}{\sqrt{2l}} e^{ikl} + \frac{1}{\sqrt{2l}} e^{-ikl} = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2l}} (-\cos kl - i \sin kl + \cos kl - i \sin kl) = 0$$

$$2i \sin kl = 0 \quad \sin kl = 0$$

$$kl = \pi n \quad k = \frac{\pi n}{l} \quad (6)$$

(5) tenglamadagi k ning o'rniga (6) ifoda qo'yilsa energiyaning xususiy qiymati hosil bo'ladi:

$$E_n = \frac{\eta^2}{2m} k^2 = \frac{\eta^2}{2m} \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 = \frac{\eta^2 \pi^2}{2ml^2} n^2 \quad (7)$$

Normallashtirilgan xususiy ψ - funksiya uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2l}} (-\cos kx - i \sin kx + \cos kx - i \sin kx) = -\frac{1}{\sqrt{2l}} 2i \sin kx = -i \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x \quad (8)$$

Shunday qilib kvant mexanikasi masalalarini yechishda asosiy e'tibor chiziqli algebra va kompleks o'zgaruvchilarga qaratiladi. Kvant fizikasi g'oyalari zamonaviy matematikaning ko'p qismlarida muhim rol o'ynaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Daniel V. Schroeder. Notes on Quantum Mechanics. Weber State University January 2022.
2. Marc-Olivier Renou, David Trillo, Mirjam Weilenmann, Thinh P. Le, Armin Tavakoli, Nicolas Gisin, Antonio Acin, Miguel Navascues. Quantum theory based on real numbers can be experimentally falsified. Nature 600, 625–629 (2021). <https://doi.org/10.1038/s41586-021-04160-4>.
3. Xaliyarov J. H., Muminov B. S. EXPERIMENTAL PHYSICAL ISSUES AND ITS ROLE IN SHAPING THE STUDENTS'SCIENTIFIC WORLDVIEW //European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences Vol. – 2019. – T. 7. – №. 12.