

MATEMATIKADAN QIZIQARLI MASALALARNI YECHISH USULLARI

B.B.Sharipova

XVPYMO'MM matematika fani o'qituvchisi

Telefon:+998914320804, bibijon@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematikadan qiziqarli masalalarni yechish usullari haqida so'z yuritilgan

Kalit so'zlar: ko'nikma va malakalarini shakllantirish, sodda masalalar, misol va masalalarni yechish, taqqoslash

"Matematikani bilgan bola maktabni yaxshi tugatsa, agar u traktorchi bo'lsa shudgor ham unumli bo'ladi. O'sha joyda paxta 5 sentener ko'p bo'ladi, g'alla 10 sentener ko'p bo'ladi, agar bitta matematikani bilsa"

Shavkat Mirziyoyev

Bugungi kunda maktablarda matematika o'qitishning asosiy vazifalaridan biri o'quvchilarni har tomonlama yetuk insonlar qilib tarbiyalash hisoblanadi. Bunda ularda matematika bo'yicha bilimlar berish bilan birga ularga o'rganilayotgan bilimlarni asosli va puxta bo'lishini ta'minlash, ularni qo'llay olish ko'nikma va malakalarini shakllantirish muhim ahamiyatga ega. O'quv jarayonida matematik masalalar, jumladan hayotiy mazmunli, ularning to'plagan tajribasiga asoslangan masalalarni yechish usullariga va ularni qo'llashga o'rgatish o'ziga xos xususiyatlarga ega, ularni ta'lim mazmuni va o'rganilayotgan tushunchalar mohiyatini ochib berishda foydalanish, o'zaro aloqadorlikda va o'quvchilar amaliy faoliyati tajribasi bilan qo'shgan holda o'qitish dolzarb masalalardan hisoblanadi. Bu usullarni ishlab chiqish va amalda qo'llash o'qitish sifat va samaradorligini oshirishga xizmat qiladi. Matematik masalalar yechish matematika o'qitishning muhim tarkibiy qismidir. Masalalar yechmasdan matematikani o'zlashtirishni tasavvur ham yetib bo'lmaydi. Matematikada masalalar yechishning nazariyasini amaliyotga tadbiiq qilishning muhim yo'lidir. Sodda masalalar o'quvchilarda murakkab masalalarni yechish uchun zarur bo'ladigan bilimlar malakalar va ko'nikmalarni tarkib toptirish uchun asos bo'lib xizmat qiladi. Masalalar bolalarning fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirishning foydali vositasi bo'lib odatda o'z ichiga ayrim bilimlarni oladi. Bu bilimlarni qidirish masala yechuvchidan analiz va sintezga mustaqil murojaat qilish faktlarni taqqoslash, umumlashtirish va hokazolarni talab qiladi. Masalalarni yechishda matematikaga qiziqish rivojlanadi, umuman mustaqillik, erkinlik, talabchanlik, mehnatsevarlik, maqsadga intilishlik rivojlanadi. O'quvchilarga tarbiya berishda ham hayotiy masalalar fikr doiralarni kengaytirishga yordam beradi. Yuqoridagilarni inobatga olgan holda quyidagi misol va masalalarni yechish orqali o'quvchilarni matematikaga bo'lgan qiziqishlarini yanada ham oshiradi...

1- m a s a 1 a. Matematik necha yoshda ?

Bir kuni ikki matematik uchrashib qolibdi. Hol ahvol so'rashgach birinchi matematik do'stidan so'radi:

- Hozir necha yoshdasiz ?

ikkinchi matematik javob berdi:

- Men tug'ilganda otam 25 yoshda edilar, hozir otam va mening yoshimizni qo'shsak 89 bo'ladi.

Savol: Matematik necha yoshda?

Mazkur hayotiy masalaning javobi 32 bo'lib uni yechish orqali insonning mantiqiy fikrlash qobiliyati oshadi.

2- m a s a 1 a. Eynshteyn topishmog'i

Bir shaharda beshta uy mavjud. Har uyning rangi, uy egalarining millati, ichadigan ichimligi, boqadigan uy hayvoni, chekadigan sigareti har xil. Bizga ma'lum bo'lgan ma'lumotlar quyidagilar:

1. Ingliz qizil uyda yashaydi.
2. Shved kuchuk boqadi.
3. Daniyalik choy ichadi.
4. Yashil uy oq uyning chap tomonida joylashgan va ...
5. ...uning egasi kofe ichadi.
6. Pall Mall chekuvchi qush boqadi.
7. O'rtadagi uyda yashovchi sut ichadi.
8. Sariq uy egasi Dunhill chekadi.
9. Norvegiyalik birinchi uyda yashaydi.
10. Marlboro chekuvchi mushuk egasini yonida yashaydi.
11. Ot egasi Dunhill chekuvchining yonida yashaydi.
12. Winfield chekuvchi pivo ichadi.
13. Norvegiyalikning uyi - ko'k uyning yonida.
14. nemis Rothmans chekadi.
15. Marlboro chekuvchi suv ichadiganning yonida yashaydi.

Savol: Kim baliq boqadi ?

Mazkur savolga ko'pgina insonlar to'g'ri javob topishga qiynaladilar... Kimda kim "Nemis baliq boqadi" javobini tanlagan bo'lsa, maqsadga erishgan bo'ladi...

3- m a s a 1 a. Quyidagi yig'indini hisoblang.

$$S_n = \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin(n-1)x + \sin(nx).$$

$$S_n = \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin(n-1)x + \sin nx \text{ bu tenglikning har ikkala tomonini}$$

$2 \sin \frac{x}{2}$ ga ko'paytiramiz.

$$2S_n \sin \frac{x}{2} = 2 \sin x \sin \frac{x}{2} + 2 \sin 2x \sin \frac{x}{2} + 2 \sin 3x \sin \frac{x}{2} + \dots + 2 \sin (n-1)x \sin \frac{x}{2} + 2 \sin nx \sin \frac{x}{2}$$

endi bu tenglikni $2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$ formuladan foydalanib yozib chiqamiz.

$$2S_n \sin \frac{x}{2} = \cos \frac{x}{2} - \cos \frac{3x}{2} + \cos \frac{3x}{2} - \cos \frac{5x}{2} + \cos \frac{5x}{2} - \cos \frac{7x}{2} + \dots + \cos \frac{2n-3}{2}x - \cos \frac{2n-1}{2}x + \cos \frac{2n-1}{2}x - \cos \frac{2n+1}{2}x$$

bundan ko'rinadiki, $2S_n \sin \frac{x}{2} = \cos \frac{x}{2} - \cos \frac{2n+1}{2}x$ tenglik o'rinli. Endi bu tenglikdan S_n ni topib olamiz

$$2S_n \sin \frac{x}{2} = -2 \sin \frac{\frac{x}{2} - \frac{2n+1}{2}x}{2} \sin \frac{\frac{x}{2} + \frac{2n+1}{2}x}{2} \Rightarrow 2S_n \sin \frac{x}{2} = -2 \sin \left(-\frac{n}{2} \right) x \sin \frac{n+1}{2}x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{\sin \frac{n}{2}x \sin \frac{n+1}{2}x}{\sin \frac{x}{2}}. \quad \text{Javob: } S_n = \frac{\sin \frac{n}{2}x \sin \frac{n+1}{2}x}{\sin \frac{x}{2}}.$$

4- m a s a l a. Agar $y = F(x)$ funksiya $y = f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, $y = af(bx)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasini toping.

Agar $F'(x) = f(x)$ bo'lsa, u holda $(m \cdot F(nx))' = nmF'(nx) = nmf(nx) = af(bx)$ bundan esa

$$\begin{cases} mn = a \\ n = b, m = \frac{a}{b} \end{cases} \text{ ekani kelib chiqadi.} \quad \text{Javob: } y = \frac{a}{b} F(bx).$$

5- m a s a l a. $\frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}}$ ifodani irratsionallikdan qutqaring. $\frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}}$ bu

ifodani irratsionallikdan qutqarish uchun formuladan

$$a + b + c - 3\sqrt[3]{abc} = (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2} + \sqrt[3]{c} - \sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{bc} - \sqrt[3]{ac})$$

foydalansak, u holda $\frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}} = \frac{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2} + \sqrt[3]{c} - \sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{bc} - \sqrt[3]{ac}}{a + b + c - 3\sqrt[3]{abc}}$ bunda

$$\frac{1}{a + b + c - 3\sqrt[3]{abc}} = \frac{(a + b + c)^2 + 3\sqrt[3]{abc}(a + b + c) + 9\sqrt[3]{a^2b^2c^2}}{(a + b + c)^3 - 27abc} \quad \text{almashtirishni bajarsak.}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}} = \frac{(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2} + \sqrt[3]{c} - \sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{bc} - \sqrt[3]{ac})(a + b + c)^2 + 3\sqrt[3]{abc}(a + b + c) + 9\sqrt[3]{a^2b^2c^2}}{(a + b + c)^3 - 27abc}$$

ekanligi kelib chiqadi.

Javob:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}} = \frac{(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2} + \sqrt[3]{c} - \sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{bc} - \sqrt[3]{ac})(a + b + c)^2 + 3\sqrt[3]{abc}(a + b + c) + 9\sqrt[3]{a^2b^2c^2}}{(a + b + c)^3 - 27abc}$$

6- m a s a l a.

m ning qanday qiymatlarida $x(x+A)(x+B)(x+A+B) + m^2$ ifoda to'la kvadrat bo'ladi.

$$x(x+A)(x+B)(x+A+B) + m^2 = [x(x+A+B)] \cdot [(x+A)(x+B)] = (x^2 + Ax + Bx)(x^2 + Ax + Bx + AB) + m^2$$

bunda $x^2 + Ax + Bx = t$ deb olsak u holda $t(t+AB) + m^2$ ifodani hosil qilamiz.

$$t(t + AB) + m^2 = t^2 + ABt + m^2 = t^2 + 2t \cdot \frac{AB}{2} + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + m^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \left(t + \frac{AB}{2}\right)^2 + m^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \text{ bu}$$

ifoda to'la kvadrat bo'lishi uchun $m^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 0$ bo'lishi yetarli. Bundan esa $m = \pm \frac{AB}{2}$

ekani kelib chiqadi. Javob: $m = \pm \frac{AB}{2}$.

7- m a s a l a. Daryo bo'yidagi ikki qishloq orasidagi masofa 60 km ga teng. Bu masofani kater daryo oqimi bo'yicha 2 soatda, oqimga qarshi esa 3 soatda o'tadi. Katerning va daryo oqimining tezliklari o'zgarmas deb faraz qilib, katerning turg'un suvdagi tezligini va daryo oqimining tezligini toping.

Masalani yechishda ikki bosqichni qaraymiz: 1) tenglamalar sistemasini tuzish va 2) sistemani yechish.

1) Belgilashlar kiritamiz:

x km/soat — katerning turg'un suvdagi tezligi;

y km/soat — daryo oqimining tezligi.

U holda:

(x + y) km/soat — katerning daryo oqimi bo'yicha harakat tezligi;

2 (x + y) km — katerning daryo oqimi bo'yicha 2 soatda bosib o't-gan yo'li.

Masalaning shartiga ko'ra bu masofa 60 km ga teng:

$$2(x + y) = 60.$$

So'ngra: (x - y) km/soat — katerning daryo oqimiga qarshi harakat tezligi;

3(x - y) km — katerning oqimga qarshi 3 soatda bosib o'tgan yo'li. Shartga ko'ra bu masofa ham 60 km ga teng:

$$3(x - y) = 60.$$

Hosil qilingan tenglamalarda x va y bir xil sonlarni bildirgani uchun bu tenglamalar sistema tashkil qiladi:

$$2(x + y) = 60,$$

$$3(x - y) = 60. \quad (1)$$

2) (1) sistemani yechamiz.

Avval (1) sistemaning har bir tenglamasini, ulardan birinchisini 2 ga, ikkinchisini esa 3 ga bo'lib, soddalashtiramiz:

$$x + y = 30,$$

$$x - y = 20.$$

Bu tenglamalarni hadlab qo'shib, quyidagini topamiz: $2x = 50$, $x = 25$.

(2) sistemaning birinchi tenglamasidan ikkinchi tenglamasini ayirib, hosil qilamiz: $2y = 10$, $y = 5$.

Javob: Katerning turg'un suvdagi tezligi 25 km/soat, daryo oqimining tezligi 5 km/soat.

8- masala. Agar ikki son yig'indisining ikkilangani ularning ayirmasidan 5 ta ortiq, shu sonlar yig'indisining uchlangani esa ular ayirmasidan 8 ta ortiq bo'lsa, bu sonlarni toping.

1) Tenglamalar sistemasini tuzish.

Aytaylik, x, y — izlanayotgan sonlar bo'lsin. Bu holda masalaning shartiga ko'ra, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} 2(x + y) = (x - y) + 5, \\ 3(x + y) = (x - y) + 8. \end{cases} \quad (3)$$

2) Sistemani yechish.

Avval (3) sistemaning tenglamalarini soddalashtiramiz:

$$2x + 2y - x - y + 5,$$

$$3x + 3y = x - y + 8;$$

$$x + 3y = 5, \quad (4)$$

$$2x + 4y = 8.$$

(4) dagi ikkinchi tenglamani hadlab 2 ga bo'lamiz va uni birinchi tenglamadan ayiramiz: $y=1$. (4) sistemaning birinchi tenglamasiga qo'yib $x+3 \cdot 1=5$, $x=2$ ekanini topamiz.

Javob: Izlanayotgan sonlar 2 va 1.

9- m a s a l a. Arifmetik progressiyada $a = -3$, $a_n = 2$, $S_n = 57$ bo'lsa, uning birinchi hadini va hadlar sonini toping.

Yechish. Berilgan qiymatlarni $a_n = a_1 + d(n-1)$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

formulaga qo'yib,

$$\begin{cases} 2 = a_1 + (-3)(n-1), \\ 57 = \frac{a_1 + 2}{2} \cdot n \end{cases}$$

sistemani hosil qilamiz.

$$\begin{cases} a_1 = 3n - 1 \\ 114 = n(a_1 + 2) \end{cases} \quad 3n^2 + n - 114 = 0$$

Bu tenglamani yechib, $n = -\frac{19}{3}$; $n_2 = 6$ ni topamiz, lekin $n_1 = -\frac{19}{3}$ masala shartini qanoatlantirmaydi (n - natural son bo'lishi kerak). $n = 6$ bo'lganda $a_1 = 3 \cdot 6 - 1 = 17$.

Javob: $n = 6$, $a_1 = 17$.

10- m a s a l a. Arifmetik progressiyaning ikkinchi va beshinchi hadlari yig'indisidan uning uchinchi hadining ayirmasi 10 ga, ikkinchi va to'qqizinchi hadlarining yig'indisi 17 ga teng. Shu progressiyaning birinchi hadi va ayirmasini toping.

$$\begin{cases} a_2 + a_5 - a_3 = 10, \\ a_2 + a_9 = 17. \end{cases}$$

Yechish. Masala shartidan:

Umumiy hadni topish formulasiga ko'ra:

$$a_2 = a_1 + d; \quad a_3 = a_1 + 2d$$

$$a_5 = a_1 + 4d; \quad a_9 = a_1 + 8d$$

Bularni sistemaga qo'yamiz:

$$\begin{cases} a_1 + d + a_1 + 4d - a_1 - 2d = 10, \\ a_1 + d + a_1 + 8d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + 3d = 10, \\ 2a_1 + 9d = 17. \end{cases}$$

Sistemani echib, $a_1 = 13$; $d = -1$ ni topamiz. Javob: $a_1 = 13$, $d = -1$.

11- m a s a 1 a. $1 + 7 + 13 + \dots + x = 280$ tenglamani yeching.

Yechish. Tenglamani chap tomoni $a_1 = 1$; $a_n = x$, $d = 6$ bo'lgan arifmetik progressiyaning yig'indisidir. Hadlar soni n ni topamiz:

$$a_n = a_1 + d(n-1), \quad x = 1 + 6(n-1), \quad n = \frac{x+5}{6};$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{1+x}{2} \cdot \frac{x+5}{6} = 280; \quad \frac{1+x}{2} \cdot \frac{x+5}{6} = 280, \quad x^2 + 6x - 3355 = 0,$$

$$x_1 = 55, \quad x_2 = -61. \quad \text{Javob: } x = 55.$$

Xulosa o'rnida ushbu fikrlarni keltirib o'tmoqchiman: bu kabi savollarni muntazam yechish orqali insonlarning mantiqiy tafakkuri, mushohada yuritish qobiliyati rivojlanadi... Kimda- kim matematikani chuqur bilsa, sevsa uning fikrlash doirasi kengayadi, hayotda ham qoqilmaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Alixononov S. "Matematika o'qitish metodikasi" Toshkent "O'qituvchi". 2008
2. Perelman Y. I. Qiziqarli matematika.— Toshkent.: "Sharq" 2013.