DIFFUZIYA JARAYONI TENGLAMASI UCHUN AVTOMODEL YECHIM QURISH

Jo‘rayev O.F
O‘zbekiston Milliy universiteti magistranti oybekjorayev0901@gmail.com
+998990201709

Annotatsiya: *Nochiziqli muhitlarda diffuziya hodisasini matematik modellashtirish, tadqiq qilish, sonli yechish muhimdir. Shu sababli nochiziqli differensial tenglamalarni yechish uchun olib borilayotgan tadqiqotlar dolzarb va zarur hisoblanadi.*

Kalit so‘zlar: *diffuziya, avtomodel yechim, self-similar solution, filtratsiya, lokalizatsiya*

Аннотация: *Важное значение имеют математическое моделирование, исследование и численное решение явления диффузии в нелинейных средах. По этой причине исследования по решению нелинейных дифференциальных уравнений актуальны и необходимы.*

Ключевые слова: *диффузия, автомодельное решение, автомодельное решение, фильтрация, локализация*

Abstract: *Mathematical modeling, research, and numerical solution of the diffusion phenomenon in nonlinear media are important. For this reason, researches for solving nonlinear differential equations are relevant and necessary.*

Keywords: *diffusion, automodel solution, self-similar solution, filtration, localization*

So‘nggi yillarda fizika, texnologiya, biologiya, tibbiyot, ekologiya, biofizika va turli sohalarida uchraydigan nochiziqli differensial tenglamalar orqali ifodalanadigan jarayonlarni o’rganish muhim hisoblanmoqda. Shularga misol qilib, diffuziya, issiqlik tarqalish, filtratsiya, lokalizatsiyalarni keltirish mumkin. Darvoqe, diffuziya hodisasini o’rganish, tahlil qilish, sonli yechish va natija olish hozirgi kunning dolzarb masalalaridan bo‘lib qolmoqda.

Diffuziya jarayonlari bir nechta ilmiy sohalarda keng qo‘llaniladi va ularning amaliyotdagi ahamiyati juda yuqoridir. Shu bilan bir qatorda hozirgi kundagi ko‘plab texnologik jarayonlarni boshqarishda, ya’ni nazorat qilishda diffuziya hodisasini o‘rganish muhim ahamiyat kasb etadi.

Ushbu tezisda, diffuziya jarayonlari uchun avtomatizatsiya qilingan avtomodel yechimni ishlab chiqishning muhimligi va samaradorligi muhokama qilinadi.

Dastlab $Q_T = [0, T] \times R^N$ sohada quyidagi parabolik tenglamani qaraymiz:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u^k,\ k > 1 \qquad (1)$$

Bunda, Δu – Laplas operatori, ya’ni

$$\Delta = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$$

.

N=1 holat uchun yuqoridagi tenglama quyidagi koʻrinishda yozishimiz mumkin:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}(u^{m-1}\frac{\partial u}{\partial x}),\ n>1 \qquad (2)$$

Yuqoridagi (2) tenglama diffuziya jarayoni tenglamasini shuningdek issiqlik tarqalish, filtratsiya va lokalizatsiya jarayonlarini ifodalaydi. Umumiy holatda, tenglamaning yechimini topish qiyin.

Avtomodel yechimni qurish uchun dastlab u(t,x) ni quyidagicha yozib olamiz:

$$u(t,x)=(T-t)^{\alpha}\ f(\xi),\ \xi=x(T-t)^{-\beta} \qquad (3)$$

bunda, T>0, α,β=const

U holda,

$$\frac{\partial u}{\partial t}=(T+t)^{\alpha-1}\left(-\alpha f(\xi)+\xi\beta\frac{df}{d\xi}\right) \qquad (4)$$

ekani kelib chiqadi. Xuddi shu kabi (2) tenglamaning barobardan o’ng tarafini ham soddalashtiramiz:

$$u^{m-1}\frac{\partial u}{\partial x}=(T-t)^{\alpha m-\beta}\ f^{\,m-1}(\xi)\frac{df}{d\xi} \qquad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(u^{m-1}\frac{\partial u}{\partial x})=(T+t)^{\alpha m-\beta}\frac{d}{d\xi}(f^{\,m-1}(\xi)\frac{df}{d\xi}) \qquad (6)$$

Hosil bo’lgan (4) va (6) ifodalarni tenglashtirib, ayniyat deb qaraydigan bo’lsak, (T-t) ifodalarning darajalari teng bo’lishi kerak. Ya’ni, α-1=αm-β. Bundan

β=α(m-1)+1 ekanini anglash mumkin.

$$\frac{d}{d\xi}(f^{\,m-1}(\xi)\frac{df}{d\xi})+\alpha f(\xi)-\xi\beta\frac{df}{d\xi}=0 \qquad (7)$$

(7) tenglama yuqoridagi (2) tenglamaning avtomodel yechimi deyiladi. Umuman olganda (2) tenglamaga qaraganda (7) ifoda bir o’zgaruvchili f(ξ) funksiyadan iborat bo’ldi.

Ayrim adabiyotlarda (7) tenglama (2) tenglamaning o’ziga o’xshash yechimi yoki “self-similar solution” deb ham nomlangan. (7) tenglamani aniq yechimini topish imkonsiz. Lekin yechimni ayirmali sxemalar yordamida sonli yechish va shu bilan bir qatorda funksiya grafigini hosil qilishimiz ham mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Арипов М.М. Методы эталонных уравнений для решения нелинейных краевых задач, “Фан”, Ташкент, 1989, 72-74 с.

2. Арипов М.М., Садуллаева Ш.А. Компьютерное моделирование нелинейных процессов диффузии, “Университет”, Ташкент, 2020, 108-111 с.

3. Aripov M.M., Muhammadiev J.U. Asymptotic behaviour of automodel solitions for one system of qusilinear equations of parabolic type. Buletin Stiintific – Universitatea din Pitesti, Seria Matematica si Informatica, Nr. 3, (1999), 19-40 pg.

4. Changjun L., Lu S., Zhong B.F. Global and blow-up solutions for quasilinear parabolic equations with a gradient term and nonlinear boundary flux, Journal of Inequalities and Applications, 2014.

5. Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.,П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений, "Наука", 1987, 30-32 с.

6. Самарский А.А. Теория разностных схем, "Наука", 1977, 31-32 с.