CHEGARAVIY NUQTALARI OLDINDAN BERILGAN YO'NALISHDA HARAKATLANUVCHI IKKI BOG'LAMLI, BO'LAKLI SILLIQ AYLANMA SIRTLARNING CHEKSIZ KICHIK EGILISHLARI

G.M.Allayev
M.X.Aralova
Termiz davlat universiteti o'qituvchisi

Annotatsiya: *Maqolada bo'lakli silliq aylanish sirtlarining ko'rsatilgan deformatsiya sinfida ikkinchi tartibli qattiqlikka ega ekanligi ko'rsatilgan.*

Kalit so'zlar: *ikki bog'lamli, bo'lakli silliq aylanma sirt, deformatsiya, sirt bikrligi, Kon-Fossen metodi, radius vektor, qattiqlik, aylanma sirt, bo'lakli silliq sirt, egilish.*

Ushbu maqolada G.M. Allayevning [1](1- .§ 2-bob) da ko'rib o'tgan bir bog'lamli bo'lakli silliq aylanma sirtlar uchun chegaraviy masalani ikki bog'lamli bo'lakli silliq aylanma sirtlar uchun qaraymiz, yuqorida olingan natijani quyidagi teorema ko'rinishida ifodalash mumkin.

Teorema. Φ sirt ixtiyoriy ikki bo'g'lamli hamda sirt kamariga gomeomorf bo'lgan bo'lakli silliq aylanma sirt bo'lsin. Sirt meridianining urunmalari aylanish o'qiga perpendikulyar bo'lmaydigan bo'lsin. γ_0 va γ_m Φ ni chegaralovchi parallellari bo'lsin.

Bunday sirt paralellarining birini masalan γ_0 chegaraviy nuqtalarini $\vec{c}$ vektor yo'nalishi bo'yicha doimiy harakatlantirsak u holda bunday sirtlar analitik eilmas bo'ladi. (N.V. Yefimov, [2]). So'ng esa Kon-Fesson [3] metodidan foydalangan holda istalgan sirtning ixtiyoriy nuqtasining radius vektorini $\{0,\ \vec{k},\ \vec{a}(v),\ \vec{a}^1(v)\ \}$ harakatlanuvchi uchyoqqa nisbatan yoysak quyidagi ko'rinishni oladi.

$$\vec{x}(u,v) = u\vec{k} + \rho(u)\vec{a}(v), u_0 \le u \le u_m, 0 \le v < 2\pi\,,$$

bu yerda $\rho = \rho(u) -\ \Phi$ sirt meridianining tenglamasi.

Φ sirt m ta silliq bo'lakdan iborat bo'lsin deb tasavvur qilamiz

$$u = u_i\colon u_0 < u_1 < u_2 < \cdots < u_{m-1} < u_m\ .$$

$u = u_0$ qiymat mos ravishda γ_0 parallelning $u = u_m$ qiymat esa γ_m parallelning qiymati bo'lsin.

U holda meridian quyidagi ko'rinishni oladi:agar

$$\rho(u)=\begin{cases} \rho_1(u),\ \text{agar}\quad u_0 \le u \le u_1 \\ \rho_2(u),\ \text{agar}\quad u_1 \le u \le u_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \rho_{m-1}(u),\ \text{agar}\quad u_{m-2} \le u \le u_{m-1} \\ \rho_m(u),\ \text{agar}\quad u_{m-1} \le u \le u_m \end{cases}$$

Bu yerda $\rho_i(u)\,, i = \overline{1,m}\qquad u_0 \le u \le u_m\,.$

bo'lakli aylanma silliq sirtning birinchi tartibli egilishlar maydonini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\vec{z}_{(1)}(u,v)=\begin{cases}\vec{z}_{(1)}(u,v), \text{ agar } & u_0\le u\le u_1\\ \vec{z}_{(2)}(u,v), \text{ agar } & u_1\le u\le u_2\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \\ \vec{z}_{(m-1)}(u,v), \text{ agar } & u_{m-2}\le u\le u_{m-1}\\ \vec{z}_{(m)}(u,v), \text{ agar } & u_{m-1}\le u\le u_m\end{cases}$$

$0\le v<2\pi$

[1] ning 1§ dagi tahlillar natijasida erishilgan xulosalardan foydalangan holda Φ ikki bog'lamli, bo'lakli aylanma silliq sirtning birinchi tartibli cheksiz kichik egilshlar nazariyasi haqidagi masala teorema shartiga mos ravishda quyidagi differensial tenlamalar sistemasini tekshirishga olib keldi

$$\begin{cases}\varphi'_{(1)i,n}(u)+n\rho'_i(u)\chi'_{(1)i,n}(u)=0\\ n\varphi'_{(1)i,n}(u)+(n^2-1)\rho'_i(u)\chi_{(1)i,n}(u)+\rho_i(u)\chi'_{(1)i,n}(u)=0\\ n=2,3,\dots,\quad i=\overline{1,m}\end{cases}\qquad(1)$$

Ushbu sistema quyidagi shartlarni bajarsa:

$\varphi_{(1)i,n}(u_i)$=$\varphi_{(1)i+1,n}(u_i),\ \chi_{(1)i,n}(u_i)=\chi_{(1)i+1,n}(u_i)\quad i=\overline{1,m-1)},$ (2)

hamda quyidagi chegaraviy shartlarni bajarsa:

$\varphi_{(1)i,n}(u_0)=0,\ \chi_{(1)i,n}(u_0)=0,\ n=2,3,\dots,$ (3)

bu shartlarni qanoatlantirishi uchun $\vec{c}(v)$ yo'nalashi aylanish o'qiga parallel bo'lmasin, agar $\vec{c}(v)$ parallel bo'lsa quyidagi shartlarni qanoatlamtirishi kerak:

$\varphi_{(1)1,n}(u_0)=\lambda_{1,n},\ \chi_{(1)i,n}(u_0)=0$ (4)

$\vec{c}(v)$ ning aylanish o'qiga parallel bo'lmaslik shartini qaraymiz.

(1) sistemaning koeffitsiyentlari $i=1$ bo'ladigan $[u_0,u_1]$ oraliqda uzluksiz hamda sistemaning bir jinsli ekanligini hisobga olsak, u holda (3) shartni qannoatlantiradigan sistemaning yagona yechimi $[u_0,u_1]$ quyidagicha bo'ladi:

$\varphi_{(1)i,n}(u)=0,\ \chi_{(1)i,n}(u)=0,\ n=2,3,\dots,$

(2)shartdan foydalangan holda $i=2$ da quyidagilarni olamiz.

$\varphi_{(1)2,n}(u_1)=\lambda_{1,n},\ \chi_{(1)2,n}(u_1)=0$ (5)

(4) shartga ko'ra sistema $i=2$ da $[u_1,u_2]$ oraliqdagi yagona yechimi quyidagicha bo'ladi:

$\varphi_{(1)2,n}(u)=0,\qquad \chi_{(1)2,n}(u)=0$

huddi shu usulda davom etadigan bo'lsak boshqa oraliqlarda ham quyidagilarga erishishimiz mumkin

$\varphi_{(1)1,n}(u)=0,\ \chi_{(1)1,n}(u)=0,\ u_{i-1}\le u\le u_i\ \ i=\overline{1,m},\ n=2,3,\dots,$

u holda $\vec{z}_{(1)}(u,v)\ \ i=\overline{1,m}$ eguluvchi maydonining ko'rinishini quyidagicha ifodalash mumkin.

$\vec{z}_{(1)}(u,v) = [\vec{a}_i, \vec{x}(u,v)] + \vec{b}_i u_{i-1} \leq u \leq u_i,\ \ i = \overline{1,m} \quad 0 \leq v < 2\pi$,

bu yerda $\vec{a}_i$ va $\vec{b}_i$ ($i = \overline{1,m}$)-doimiy o,zgarmas vektorlardir.

U holda 1§,/1/ dagi (2.4a) tenglikning holatiga ko'ra quyidagilarga ega bo'lamiz.

$\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \cdots = \vec{a}_{m-1} = \vec{a}_m = \vec{a}$

$\vec{b}_1 = \vec{b}_2 = \cdots = \vec{b}_{m-1} = \vec{b}_m = \vec{b}$

bundan va (3) tenglikdan quyidagilarni xulosa qilishimiz mumkin.

Φ sirtning $\vec{z}_{(1)}(u,v)$ eguvchi maydoni quyidagicha bo'ladi:

$\vec{z}_{(1)}(u,v) = [\vec{a}, \vec{x}(u,v)] + \vec{b}$

bu yerda $\vec{a}_i$ va $\vec{b}_i$ ($i = \overline{1,m}$)- doimiy o'zgarmas vektorlardir. Bulardan kelib chiqib sirtning birinchi tartibli bikrlikka ega bo'lishini isbotlash mumkin.

Endi $\vec{c}(v)$ ning aylanish o'qiga parallel bo'lgan holini qaraymiz.

Agar $\lambda_1(v) = const$ bo'lsa, u holda (4) tenglik (3) tenglik bilan ustma-ust tushadi. U holda (1) sistema chegaraviy shartida yechimlari faqat trivial holda bo'ladi, bu esa Φ sirtning bikrligini bildiradi.

Agar $\lambda_1(v)$ ixtiyoriy bo'lsa uning barcha koeffitsiyentlari bir vaqtning o'zida nolga teng bo'lmaydi (1) sistema (4) shart uchun $i = 1$ da va $n \geq 2$ bo'lganda $[u_0, u_1]$ oraliqda notrivial yechimga ega bo'ladi.

(2) shartni hisobga olsak osongina ko'rsatish mumkinki (1) differensial tenglamalar sistemasi silliq bo'laklarning har birida notrivial yechimga ega bo'ladi. Bundan esa $[u_0, u_1]$ oraliqlarning har birida (4) shartni qanoatlantiruvchi notrivial yechimga ega bo'ladi.

Shunday qilib sirt ko'rsatilgan deformatsiya sinfida birinchi tartibli egilmas bo'ladi.

Endi shuni isbotlash kerakki yechim notrivial bo'lganda birinchi tartibli cheksiz kichik egilishlari ikkinchi tartibli cheksiz kichik egilishlarigacha davom etmaydi yoki egilishi birinchi tartiblidan yuqori bo'lmaydi.

Umumiylikni saqlagan holda γ_0 parallelning tenglamasi u=0 da bajariladi deb aytish mumkin, u holda γ_0 parallelning ixtiyoriy nuqtasining $\vec{x}(u,v)$ radius vektorini quyidagicha yozish mumkin.

$\vec{x}(0,v) = \rho(0)\vec{a}(v)$

[1] dagi (2.5) va (2.7) ni hisobga olgan holda quyidagiga ega bo'lamiz.

$(d\,\vec{z}_{(1)}(u,v))^2 = 0$

Yuqoridagi teoremaning isboti 2.1 [1] teoremaning isboti bilan bir xildir.

Shunday qilib, Φ sirt ko'rsatilgan deformatsiya sinfida ikkinchi tartibli egilishga egadir, bu esa Φ sirtning analitik egilmas ekanligini bildiradi.Teorema isbotlandi.

ADABIYOTLAR:

1. Аллаев Г.М. Некоторые краевые задачи в теории бесконечно малых изгибаний поверхностей вращения класса C1.Дисс.соискание ученой степени кандидата физ- мат наук. Киев-1992 г.

2. Ефимов Н.В. Некоторые предложения о жесткости неизгибаемости успехи мат.наук.-Т.7, вып.5 (15), 1952 г. -С.215-224.

3. Кон-Фоссен С.Э. Некоторые вопросы дифференциальной геометрии "в целом".-М.:Физматгиз, 1959 г