

## INTEGRAL TUSHUNCHASI, KELIB CHIQUISH TARIXI

**Muxtorov Jurabek Jurakulovich***Samarkand tumani XTBga karashli 26-maktabning matematika fani o'qituvchisi*

**Annotatsiya:** *Ushbu maqolada integral atamasi, uning kelib chiqishi va tarixiga doir ma'lumotlar keltirilgan.*

**Kalit so'zlar:** *Maydon, hajm, integral, cheksiz, funksiya grafigi, tekislik, gorizental o'q.*

Matematikada integral cheksiz kichik ma'lumotlarni birlashtirish natijasida yuzaga keladigan siljish, maydon, hajm va boshqa tushunchalarni tavsiflaydigan tarzda funksiyalarning qiymatlarini aniqlab beradi. Integrallarni topish jarayoni integrallash deb ataladi. Differensiallash bilan bir qatorda, integrallash ham matematikaning asosiy, muhim tushunchalaridan bo'lib, matematika va fizikada ixtiyoriy shaklning maydoni, egri chiziq uzunligi va qattiq jismning hajmini o'z ichiga olgan muammolarni hal qilish uchun vosita bo'lib xizmat qiladi. Integrallar ikki asosiy tipga ajratilib, ular aniq integrallar va aniqmas integrallar deb yuritiladi. Aniq integrallar biror funksiya grafigi bilan chegaralangan egri chiziqning tekislikda ikki nuqtasi maydon sifatida talqin qilinadi. Bunda, tekislikning gorizental o'qining yuqori qismi yuzasi musbat, pastki qismidagi yuzalar esa manfiy hisoblanadi. Aniqmas integrallar, esa berilgan funksiya qarshi hosila tushunchasini ham anglatadi. Integrallarni hisoblashning asosiy usullar, albatta aniq integrallarni differensiallash bilan bog'liq bo'lib, funksiyaning hosilasi ma'lum bo'lganda, uning aniq integralini hisoblash bir qadar osonlashadi va shu asnoda qoidalar yuzaga keladi.

Maydonlar va hajmlarni hisoblash usullari qadimgi yunon matematikasidan kelib chiqqan bo'lsa-da, integrallash usullari va tamoyillari 17-asr oxirida Isaak Nyuton va Gotfrid Vilgelm Leybnits tomonidan alohida mustaqil ravishda ishlab chiqilgan bo'lib, ular egri chiziqning ostidagi maydonni cheksiz kichik kenglikdagi to'rtburchaklarning cheksiz yig'indisi deb hisoblaganlar. Keyinchalik Bernard Riman integrallarning qat'iy ta'rifini beradi. Riman hosil bo'lgan yuzani yupqa vertikal ustunlarga bo'lish orqali egri chizikli yuzaning maydoniga yaqinlashuvchi limit qiymatiga asoslanadi.

Integrallar funksiya turiga, shuningdek, integrallash amalga oshiriladigan sohaga qarab, yanada umumlashtirilishi mumkin. Misol uchun, ikki yoki undan ortiq o'zgaruvchilarning funksiyalari uchun chizikli integrali aniqlanadi va integrallash oraliqi oraliqning ikkita oxirgi nuqtasini bog'laydigan egri chiziqning formula ko'rinishi bilan almashtiriladi. Sirt integrallarida esa egri chiziq uch o'lchamli fazoda sirtning bir qismi bilan almashtirilib hisoblab topiladi.

Integrallarni hisoblashga qodir bo'lgan birinchi hujjatlashtirilgan texnika bu qadimgi yunon astronomi Yevdoksning (taxminan miloddan avvalgi 370-yil) charchash usuli bo'lib, u maydonlar va hajmlarni cheksiz ko'p bo'linishlarga bo'lish orqali topishga harakat qilgani ma'lum. Bu usul miloddan avvalgi 3-asrda Arximed tomonidan yanada kengroq o'rganib ishlab chiqilgan va qo'llanilgan bo'lib, aylananing maydonini, sharning sirtini va hajmini, ellipsning maydonini, parabolaning ostki qismidagi maydonni, segmentning hajmini hisoblashda foydalanilgan. Ya'ni bu davrda integrallar inqilobi yuzaga kelgan desak, adashmaymiz. Bundan tashqari, shunga o'xshash usul Xitoyda eramizning 3-asrida Lyu Xuy

tomonidan ishlab chiqilgan bo'lib, u aylana maydonini topishda foydalangan. Bu usul keyinchalik 5-asrda xitoylik ota-bola matematiklar Zu Chongji va Zu Geng tomonidan sharning hajmini topishda qo'llanilgan. Yaqin Sharqda esa Lotin mamlakatlarida Alhazen nomi bilan tanilgan inson (taxminan 965 - milodiy 1040 y.) Hasan Ibn al-Haysam to'rtinchi darajalar yig'indisi formulasini ishlab chiqdi. U bu natijalardan endi funksiya integrali deb ataladigan tushunchani hisoblash (yaratish) uchun foydalandi, uning bu usulida integral kvadratlar va to'rtinchi darajalar yig'indisi formulalari yordamida paraboloid hajmini hisoblash imkonini qo'lga kiritdi.

Integral hisobdagi keyingi muhim yutuqlar 17-asrlargacha paydo bo'la boshladi. Bu vaqtda Kavalyerining «Bo'linmaslar metodi bilan» asari va Fermatning bir qancha asarlari zamonaviy hisob-kitoblarga asos sola boshladi, Kavalyeri o'zining kvadratura formulasida  $n = 9$  darajagacha bo'lgan  $x^n$  integrallarini hisoblab chiqdi. Keyingi qadamlar XVII asrning boshlarida Barrou va Torrichelli tomonidan amalga oshirildi, ular integrallash va differensiallashamallari o'rtasidagi bog'liqlik haqida dastlabki fikrlarni ilgari surdilar. Barrou integral hisobning asosiy teoremasining birinchi isbotini keltiradi. Uollis Kavalyeri usulini umumlashtirib,  $x$  ning integrallarini umumiy darajaga, jumladan, manfiy darajalar va kasr darajalarini hisoblab chiqadi.

Integrallarni hisoblashdagi eng katta muvaffaqiyat XVII asrda Leybnits va Nyuton tomonidan integral hisobning asosiy teoremasini mustaqil ravishda bir-birlaridan bexabar holda kashf etishlari bilan yuz berdi. Ular integrallash va differensiallanish o'rtasidagi bog'liqlikni ko'rsatadi. Ushbu bog'liqlik, differensiallashning qiyosiy qulayligi bilan birgalikda integrallarni hisoblash uchun ishlatilishi ham mumkin edi. Xususan, hisob-kitoblarning asosiy teoremasi ancha kengroq sinfdagi muammolarni hal qilishga imkon beradi. Leybnits va Nyuton tomonidan ishlab chiqilgan keng qamrovli matematik tizimning ahamiyati bir xil edi. U uzluksiz sohalar ichidagi funksiyalarni aniq tahlil qilish imkonini berdi. Oxir oqibat, bu usul zamonaviy hisob-kitob asosiga aylandi va bu hisob-kitoblar to'g'ridan-to'g'ri Leybnitsning asarlaridan olingan.

Nyuton va Leybnits integrallash amaliga tizimli yondashishni ta'minlagan bo'lsal arda, ularning ishlarida ma'lum bir darajada qat'iylik yo'q edi va o'z davrining ba'zi matematiklari bu hisob-kitoblarni umumiy emas deb bilishadi. Hisoblash chegaralarni ishlab chiqish bilan mustahkamroq natijaga erishish mumkin edi. Integrallash amali birinchi marta Riman tomonidan aniq chegaralar yordamida qat'iy qonunlar yaratilda va rasman tan olindi. Garchi barcha chegaralangan bo'lakli uzluksiz funksiyalar chegaralangan oraliqda Riman integrallanishi mumkin bo'lsada, keyinchalik Rimanning ta'rifi qo'llanilmaydigan umumiyroq funksiyalar, ayniqsa Furyening analiz tushunchalarida ko'rib chiqildi va Lebeg integralning o'lchov asosidagi boshqa ta'rifini ishlab chiqdi. Lebeg tomonidan kiritilgan nazariya haqiqiy tahlilning kichik sohasi edi, xolos. Keyinchalik, Riman Lebeg yondashuvlarini kengaytiruvchi integralning boshqa ta'riflari taklif qildi. Haqiqiy sanoq tizimiga asoslangan bu yondashuvlar bugungi kunda eng keng tarqalgan bo'lib, hozirda bir qancha muqobil yondashuvlar ham mavjud.

Xulosa o'rnida shuni aytish kerakki, integrallar ko'pgina amaliy vaziyatlarda yuzaga keladi. Masalan, tubi tekis bo'lgan to'rtburchaklar shaklidagi suzish havzasining uzunligi, eni va chuqurligidan undagi suv hajmini, sirtining maydonini va atrofining uzunligini aniqlash

mumkin. Ammo agar u yumaloq tubi bilan oval bo'lsa, bu miqdorlar uchun aniq va qat'iy qiymatlarni topish uchun integrallar talab qilinadi. Har bir holatda, qidirilayotgan miqdorni cheksiz ko'p cheksiz kichik bo'lakchalarga bo'lish mumkin, so'ngra aniq yaqinlashishga erishish uchun bo'laklarni yig'ish orqali natijaga erishish mumkin.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Tillaboev Y., Daminov J. A., Najmiddinov I. The Effect of the Number of Rotor Plates on the Vertical Axis on the Value of the Moment of Inertia // Design Engineering, 2021, ISSUE 09. Pages:5504-5509.

2. Daminov J.A., Tillaboev Y., Agzamov K.S., Isaboev S.M., Abdujabborov A.A. The Mechanism of Experimental Determination of the Angular Velocity of the Working Shaft of the Wind Unit // Design Engineering, 2021, том 9. Pages:11814 - 11821.

3. Тиллабоев Е.К., Дадамирзаев М.Г., Абдулхафизов Б.Х. (2015). Об одном из методов решения уравнения Навье-Стокса // Молодой ученый. Том 86, № 6, стр 7-12.

4. Тиллабоев Е.К., Хакимов Р.М., Холмирзаев И.А. (2015). Организация приближённого решения уравнений состояния электрической цепи в MathCAD // Молодой ученый. Том 89, № 9, стр 44-48.

5. Dehqonov U., Tillaboev Y. Rotors Of Wind Aggregates and Their Construction Problems // International Journal of Progressive Sciences and Technologies, 2021, Vol 27, № 1. p.148-154.

6. Тиллабоев Е.К. Последовательности точек в  $m$ -мерном Евклидовом пространстве // Science and Education, scientific journal, 3:2 (2022), с.28-37.

7. Dekhkonov Ulugbek, Tillaboev Yodgor, Orishov Utkirbek. Determining the Optimal Angular Velocity of a Vertical Axis Rotor Wind Unit. Jundishapur Journal of Microbiology 15 (No.1), 3298-3302.

8. Mahmudov Z.S., Isaboev Sh.M., Abdujabborov A.A., Rakhmatillaev Y.N. Use of Modern Methods of Assessing Students' Knowledge // Undishapur Journal of Microbiology, 15:1 (2022), p. 3280-3286.