

MATEMATIK TA'LIM: O'QITISH, SHUNINGDEK "ISBOTLASH"  
TUSHUNCHASIGA DOIR

R.Jo'raqulov

*f.-m.f.n., dotsent, Andijon qishloq xo'jaligi va agrotexnologiyalar instituti*

D.Sh.Toshpo'latov

*i.f.n., dotsent, Andijon qishloq xo'jaligi va agrotexnologiyalar instituti*

**Annotatsiya:** *Maqola matematika o'qitishning dolzarb masalalariga bag'ishlangan bo'lib, unda "Sof" va "Amaliy matematika", ularning ta'limdagi o'rni shuningdek, "isbotlash" tushunchasi va uning mohiyati to'g'risida so'z yuritiladi.*

**Kalit so'zlar.** *Matematik ta'lim, sof matematika, amaliy matematika, isbot, aksiomatik yondashuv, soddalik, qiziqarlilik.*

MATHEMATICAL EDUCATION: TEACHING ALSO REGARDS THE CONCEPT  
OF "PROOF"

R.Jurakulov

*PhD, docent, Andijan Institute of Agriculture and Agrotechnology*

D.Sh.Toshpulatov

*PhD, docent, Andijan Institute of Agriculture and Agrotechnology*

**Abstract:** *The article is devoted to topical issues of teaching mathematics. It deals with "Pure" and "Applied Mathematics", their roles in mathematical education, including the meaning of the concept of "proof".*

**Keywords:** *Mathematics education, pure mathematics, Applied Mathematics, proof, axiomatic approach, npocmoma.*

KIRISH

Matematikani o'qitish qanday bo'lishi kerak? Matematika qadimiy fan bo'lsa, shuncha yillardan beri matematika qo'qitilib kelingan bo'lsa, yana nima qoldi? Matematikani o'qitish bo'yicha ilmiy tadqiqotlar zarurmi? Har qanday matematikani o'qitish metodikasi bilan ilmiy faoliyat olib borayotgan tadqiqotchi yuqoridagi savollarga duch keladi. O'qitish inson bilan bog'liq ekan demak tadqiqot olib borish zarur, chunki inson tabiati, u yashaydigan makon, muhit, zamiyat turlicha bo'ladi. Ushbu ish ham o'qitish muammolarining ba'zi masalalariga bag'ishlangan bo'lib, unda mutaxassislarning qarashlariga ijodiy yondoshgan holda ba'zi xususiy fikr-mulohazalar ustida to'xtalib o'tamiz.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA

Manbalarda keltirilishicha, eramizdan avvalgi 6-asrlardan boshlab, greklarda, ma'lum ma'noda, dunyoni bilish haqida tushunchalar shakllana boshladi.

Tabiat ratsional tarkib topgan aniq va o'zgarmas reja bo'yicha kechadiki, bu matematikadir deb hisoblashgan. Ular jarayonlarni birinchilardan bo'lib, ratsional holda tushuna boshlaganlar. Aynan ana shu davrlardan boshlab, matematikaning tabiatni bilishning

asosiy vositasi ekanligiga iqrор bo'lib, u bilan jiddiy shug'ullanish lozimligini anglab yetishgan [1].

Greklar yana manbalarda eng dastlabki, haqiqiy matematik mulohazalarni e'tirof eta boshlaganlar. Shuningdek, ularga fazoviy jarayonlar mohiyati oydinlasha borgan.

Matematika fan sifatida qadimiy bo'lganidek, matematik ta'lim ham matematika pedagogikasi sifatida shunchalik qadimiydir. Bu sohada ham muammolar har doim pedagoglar, taniqli olimlarning diqqat markazida bo'lib kelgan. Hozirgacha maktabmi yoki o'quv yurtlaridami matematikani o'qitishning dolzarb masalalari hech qachon kun tartibidan tushmaydi.

Bu sohada qarashlar, aniqrog'i, bahs-munozaralar matematikani o'qitish muammolarning turli aspektlari ustida hamisha qizg'in davom etib keladi [2, 3, 4].

### **MUHOKAMA VA NATIJALAR**

Qator mualliflar tomonidan haqli ravishda o'qitish stilining qay shaklda bo'lmasin, uning o'ta muhimligi ta'kidlanadi.

Bir guruh mualliflar fikricha formal isbotlash shart emas, balki tajriba, shuningdek intuitiv anglash muhimligi qayd etiladi. Biroq amalda, ayniqsa universitetlarda, abstraktiv yondoshishi kuchli deb hisoblashadi.

Haqiqatan ham bu borada N.Burbaki "ruhi"dagi o'qitish tarafdorlari paydo bo'ldi. Ya'ni kurslarni "strukturaviy" asosda qurishga qiziqish orta boshladi. Bu shuni bildiradiki, kurs yoki masalan, fanni qurishda umumiy aksiomatikaga asoslanadi, predmet mazmuniga emas. Ilmiy yondoshuvda bunga qarshi bo'lish oson emas. Zamonaviy matematika aksiomatik "ruh"ga berilib ketmoqda va bu esa pedagogik nuqtai nazardan qashshoqlik deb ta'kidlashadi. Haqiqatan ham bunday yondoshish faqatgina kelajakda matematik mutaxassis bo'lib yetishuvchi talabalar uchun foydalidir. Ko'pchilik yondosh (ya'ni nomatematik) mutaxassisliklar uchun amaliy matematika o'qitiladi. Bunday talabalarning kasbiy rivojlanishiga aksiomatik usul to'sqinlik qiladi. Hatto universitetlarda ham "o'qitish uslubi" masalasi muhimdir.

Shu o'rinda "N.Burbaki" guruhi to'g'risida izoh berib o'tishga to'g'ri keladi.

Yigirmanchi asrning birinchi yarmida Fransiyada bir guruh yosh talantli, o'sha paytdagi manbalarga ko'ra Fransiyalik matematiklarning "gullari" yig'ilishib, o'z oldilariga barcha matematika fanlarini strukturaviy, ya'ni qat'iy aksiomatik asosda tartibga solish, qayta qurib chiqish vazifasini qo'yidilar va o'zlarining ishlarini monografiya shaklida yuqoridagi "psevdonim" ostida ketma-ket nashr eta boshlaganlar.

Iqrор bo'lish kerakki, yosh fransuz matematiklarining bu ishlari tahsinga sazovordir. Qanday bo'lmasin "Sof matematika" tarafdorlarining ham "Amaliy matematika" tarafdorlari ham haq ekanliklariga shubha yo'q.

Biroq gap shundaki, kimlar uchun va qaysi sohada qaysi uslibga urg'u berish muhimdir. Masalan, ta'limning boshlanishida ayniqsa, yangi mavzu yoki tushunchani o'quvchilarga taqdim etishda ularning tajribaviy, intuitiv tarzda anglashlariga erishish lozimdir. Yondosh (ya'ni, nomatematik) sohalar uchun ham shu fikrlarni aytish mumkin. Bunda, albatta mavzuni taqdim etishda uni amaliyot bilan bog'lash, tabiiylik va shu bilan birga bayonda soddalik bo'lishi maqsadga muvofiqdir.

Shu o'rinda bir sodd misolga e'tibor beraylik.

Faraz qilaylik, agar o'quvchiga kasrlar ustida amallar tushunchasini “formal-abstrakt” shaklda berishga to'g'ri kelsa, u holda bu tushunchaning bayoni quyidagi ko'rinishda bo'lishi mumkin:

Qo'shish. Ikki  $\frac{a}{b}$  va  $\frac{c}{d}$  kasr sonlar yig'indisi deb,

$$\frac{ad + bc}{bd}$$

soniga aytiladi, ya'ni

$$+\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) \Rightarrow \frac{ad + bc}{bd}.$$

Ko'paytirish. Ikki  $\frac{a}{b}$  va  $\frac{c}{d}$  kasr sonlar ko'paytmasi deb,  $\frac{ac}{bd}$  soniga

aytiladi, ya'ni  $\times\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) \Rightarrow \frac{ac}{bd}$

Bo'lish. Ikki  $\frac{a}{b}$  va  $\frac{c}{d}$  kasr sonlar nisbati (bo'linmasi) deb, quyidagicha aniqlanuvchi songa aytiladi, ya'ni

$$:\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) \Rightarrow \frac{ad}{bc}.$$

Ayonki, ayniqsa ta'limning boshlanishida o'quvchilarga tushunchalarni bunday “ruh”da berish maqsadga muvofiq emas.

Mavzuni berishda qiziqarlilik ham asosiy omillardan biridir. Bu esa o'qituvchining mahoratiga bog'liq. Shuning uchun ham manbalarda, o'qitish uslubi masalasiga qayta-qayta qaytilaveradi. Biz o'quvchilarimizga matematikaning go'zalligini ko'rsata olishimiz kerak deb ta'kidlaydi mualliflardan biri [3].

Dastlab, albatta o'quvchilarga tushunchani hech qanday jiddiy isbotlarsiz ko'rgazmalilikka tayanib etkazish zarur.

Albatta bu aytilganlardan jiddiy isbotlash tushunchasining ahamiyati mutlaqo pasaymaydi.

Manbalarda “isbotlash” so'zi birinchi marta Evklidning “Nachalo” (“Boshlang'ichlar”) asarida tilga olinganligi xabar qilinadi.

Shuni ta'kidlash joizki, “isbotlash” matematika qurilishining asl mohiyatini tashkil etadi. Boshqacha aytganda, matematikaning asosi isbotlash bilan barpo etiladi. Shuning uchun ham o'quvchilarda avval boshdanoq “isbotlash” ko'nikmasini shakllantira borish o'ta zarurdir.

Shu maqsadda quyida o'quvchilarda isbotlash ko'nikmasini shakllantirishga yordam berishi mumkin bo'lgan ba'zi sodda misollardan namunalar keltiramiz.

Zero bu misollar o'quvchilarda “isbotlash” haqida to'laroq tasavvur va ularda bir oz bo'lsada qiziqish hosil bo'lishiga yordam berishi mumkin.

Pifagor teoremasi. To'g'ri burchakli uchburchak katetlari kvadratlarining yig'indisi uning gipotenuzasi kvadratiga teng.



Manbalarda bu teoremaning 200 ga yaqin isbotlari borligi qayd etiladi. Quyida ular orasidan eng soddalaridan birini keltiramizki, bu o'quvchilarda bir oz bo'lsada soddaligi bilan qiziqish uyg'otishi mumkin.

Teoremani isbotlash uchun ixtiyoriy kvadratning yuzini ikki xil usul bilan hisoblaymiz va ularni o'zaro tenglab, kerakli formulaga ega bo'lamiz:

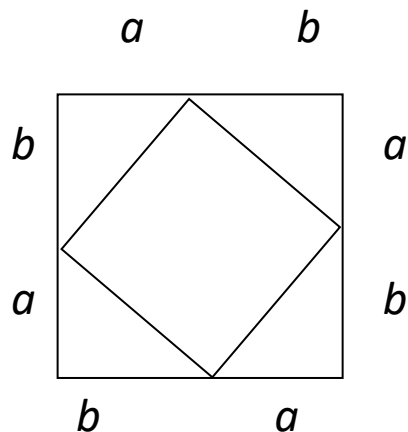
$$S = 4 \cdot \frac{1}{2} ab + c^2 = 2ab + c^2;$$

$$S = (a + b)^2;$$

$$(a + b)^2 = 2ab + c^2,$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2;$$

$$a^2 + b^2 = c^2.$$



Sonning nolinchisi darajasi to'g'risida

*Teorema.* Har qanday sonning nolinchisi darajasi 1 ga teng:

$$a^0 = 1, \quad (a \neq 0).$$

*Isbot:* Agar ushbu

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

tenglikda  $n = m$  bo'lsa, u holda

$$1 = a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$$

bo'lib, undan  $a^0 = 1$  ekanligi osongina kelib chiqadi.

Ikki son kvadratlarining ayirmasi. Avval o'quvchilar diqqatini  $101 \cdot 99$  ni tez hisoblashga qaratiladi. So'ng esa asosiy formulani keltirish mumkin:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2,$$

ya'ni,

$$101 \cdot 99 = (100 + 1)(100 - 1) = 100^2 - 1^2 = 10000 - 1 = 9999.$$

Arifmetik progressiya va uning hadlari yig'indisi to'g'risida. Bu masalaning ham jozibasi o'quvchilarni o'ziga tortishi mumkin.

Masala: Quyidagi tenglik isbotlansin:

$$S_{100} = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 = 5050.$$

Isbot.  $S_{100} = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$

$$S_{100} = 100 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1$$

bulardan

$$2S_{100} = 101 \cdot 100; \quad S_{100} = 5050$$

kelib chiqadi.

Shuningdek, o'quvchilar bilan birga muhokama qilgan holda, arifmetik progressiya dastlabki  $n$  ta hadlari yig'indisining umumiy formulasini ham osongina yozish mumkin bo'ladi.

Quyida keltiriladigan misol o'quvchilarda "isbotlash" to'g'risidagi to'g'ri tasavvurlarining yanada boyishiga xizmat qilishi mumkin.

Bu ajoyib masala (aniqrog'i "usul") yosh o'quvchi K.Gauss nomi bilan bog'liqligini eslatib o'tamiz.

Ajoyib sonli qator haqida. Ushbu qator ba'zi manbalarda, masalan [1], shaytoniy qator deb ataladi:

$$S = (1-1) + (1-1) + (1-1) + \dots = 0,$$

$$S = 1 - (1-1) - (1-1) - (1-1) - \dots = 1.$$

Albatta, bundagi isbot xatoligi cheksizlik ustida amallar bajarilishi bilan bog'liq ekanligini o'quvchilarning o'zlari ham anglab yetishlari mumkin.

### XULOSA

So'nggi so'z o'rnida yosh o'qituvchilarimiz e'tiboriga tajribali mualliflarning "shior"laridan ba'zi namunalar keltirib o'tamiz:

"O'quvchilarning "isbotlash"ni tushunishlariga yordam berish kerak".

"Darsda nimani berish emas, qanday berish muhim".

"O'quvchilarimizga matematikaning go'zalligini ko'rsatishimiz kerak". "Echimni topishdan maqsad - son emas, balki tushunishdir".

### REFERENCES:

1. М.Клайн "Математика" Поиск истины М.1988.
2. Б.В.Гнеденко "Математика" Сб. научно-методических статей. М. 1974.
3. Д.Пойа "Математическое открытие", М-1970.
4. Н.Н.Моисеев. Математика ставит эксперимент. М. 1979.
5. Р.Джуракулов, Р.Умаров "Об обучении в преподавании: простота и доступность. Республика Беларусь, ГГАУ, 2021-1-8-111."
6. Р.Джуракулов, Р.Умаров "Преподавание - это искусство". Экономика и социум. № 11, Ноябрь, 2021.
7. R Jo'raqulov, DS Toshpo'latov. (2022). [Sonli to'plamlarni kengaytirish masalasi: kompleks sonlar - o'qitish](#). Academic research in educational sciences 3 (3), 800-804
8. F.D.Gaxov . О преподавании математики в университетax. Sb. Matematika. М., 1974.
9. SA Akbarov, D Sh Toshpo'latov, R Jo'raqulov. (2021). [Matematik ta'lim: o'qitishda innovatsion usullar](#) 2 (7), 103-111
10. PA Hakimov, DS Toshpo'latov. (2021). [Blended learning asosida o'quv jarayonini tashkil etish masalalariga doir](#). Academic research in educational sciences, 2(4). 209-215.