PREDIKATLAR HAQIDA TUSHUNCHA

Murotova Sanobar Samiyevna
Buxoro viloysti Romitan tumani
7-IDUM Matematika fani o'qituvchisi

Annontatsiya: *Ma'lumki, matematikada ishlatiladigan shunday muhim darak gaplar borki, ularni mulohaza deb bo'lmaydi. Masalan, agar biror butun son 2 ga bo'linmasa, u holda undan keyin kelgan butun son 2 ga bo'linadi' deb ayta olmaysiz. Chunki, bu darak gapning rostligi bir qiymatli aniqlanmagan. Faraz qilaylik, p – 'agar p 1 va 7 orasidagi 2 ga bo'linmaydigan butun son bo'lsa, u holda undan keyin kelgan butun son 2 ga bo'linadi' degan darak gap bo'lsin. Bu gapni quyidagicha ifodalsh mumkin. Faraz qilaylik, P(n) – 'agar n 2 ga bo'linmaydigan butun son bo'lsa, u holda n+1 soni 2 ga bo'linadi' degan darak gap bo'lsin. U holda, quyidagi yozuvga ega bo'lamiz:*

$$p \leftrightarrow P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \wedge P(5) \wedge P(6) \wedge P(7).$$

Kalit so'z: *Predikat, Natural son, mulohaza, kuchlilik.*

Yuqoridagi gapni bayon qilish uchun o'zgaruvchi kiritishga, ya'ni 'predikat' tushunchasiga ehtiyoj tug'ildi. (1) [91]
Predikatlar matematik mantiqining asosiy tushunchalaridan biri hisoblanadi. Predikat tushunchasi bilan tanishib chiqamiz. Birorta bo'sh bo'lmagan M to'plam berilgan bo'lsin. M to'plamning a elementi haqida aytilgan tasdiqni $P(a)$ orqali belgilaymiz. Misol uchun N – natural sonlar to'plami, P(a) – «a – tub son» degan tasdiq bo'lsin. U holda quyidagi yozuvga ega bo'lamiz:

P(1) – «1 – tub son» yolg'on mulohaza;

P(2) – «2-tub son» rost mulohaza;

P(3) – «3 – tub son» rost mulohaza;

P(4) – «4 – tub son» yolg'on mulohaza va hokazo mulohazalarga ega bo'lamiz. Shunday qilib, M to'plamning a elementi haqida aytilgan tasdiq a ning o'rniga M ning aniq bitta elementini qo'ysak mulohaza bo'lar ekan. Bunday tasdiqlarni <u>bir o'zgaruvchili mulohazaviy formula</u> yoki <u>bir o'zgaruvchili predikat</u> deb ataymiz. Shunga o'xshash ikki, uch o'zgaruvchili predikat tushunchalari kiritilishi mumkin.

Yuqoridagidek n ta $x_1, ..., x_n$ o'zgaruvchilarga bog'liq $P(x_1, ..., x_n)$ - tasdiq berilgan bo'lsin. U holda, $x_1, ..., x_n$ o'zgaruvchilarning mazmunga ega bo'ladigan qiymatlar to'plami, shu o'zgaruvchilarning yo'l qo'yiladigan <u>qiymatlari sohasi</u> deyiladi.

---

[91] *Mathematical Literacy for Humanists, Herbert Gintis, p.p.8-9-betlarning mazmun, mohiyatidan foydalanildi.*

Agar $P(x_1,\ldots,x_n)$ tasdiq $x_1,\ldots,x_n$ o'zgaruvchilarning yo'l qo'yilishi mumkin bo'lgan har qanday qiymatlarida mulohazaga aylansa, n – o'zgaruvchili predikat yoki n o'zgaruvchili mulohazaviy formula deyiladi. Bu erda n - 0, 1, 2 va hokazo manfiy bo'lmagan butun qiymatlar qabul qiladi. 0- o'rinli predikat sifatida mulohaza tushuniladi.

1-misol. Natural sonlar to'plamida $P(a, b)$ – predikat $a \geq b$ tengsizlikni bildirsin, u holda P(1, 0) = 1, P(1, 2) = 0,..., P(2, 1) = 1, P(2, 2) = 1, P(2, 3) = 0 va hokazo bo'lishini tushunish qiyin emas.

Predikatlarni P, Q yoki P(x), Q(x, y), R(x, y, z) ko'rinishida belgilashni kelishib olamiz.

Bir o'rinli predikatlar bilan to'liqroq tanishib chiqamiz. Predikatlar ustida ham mulohazalar ustida bajarilgan $\rceil$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ amallarni kiritishimiz mumkin.

$M \neq \varnothing$ to'plamda aniqlangan bir o'rinli P(x) - predikat berilgan bo'lsin. U holda P(x) - predikatning inkori deb har qanday $x \in M$ element uchun P(x) - predikat rost bo'lganda yolg'on bo'ladigan; P(x) yolg'on bo'lganda rost bo'ladigan $\rceil$P(x) predikatga aytiladi.

Ya'ni, M ning ixtiyoriy elementi uchun $(\rceil P)(x) = \rceil(P(x))$ tenglik o'rinli bo'ladi.[92] (1)

Xuddi shunday $M \neq \varnothing$ to'plamda aniqlangan P(x) va Q(x) bir o'rinli predikatlar uchun $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ amallari quyidagi tengliklar yordamida aniqlanadi:

$(P \wedge Q)(x) = P(x) \wedge Q(x);$

$(P \vee Q)(x) = P(x) \vee Q(x);$

[92] *Mathematical Literacy for Humanists, Herbert Gintis, p.p.9-10- betlarning mazmun, mohiyatidan foydalanildi.*

$(P \to Q)(x) = P(x) \to Q(x);$

$(P \leftrightarrow Q)(x) = P(x) \leftrightarrow Q(x).$

2-misol. N – natural sonlar to'plamida aniqlangan P(x) - «x-toq son»; Q(x)-«x birorta natural sonning kvadratiga teng»-predikatlarni qaraylik. U holda, x=1, 4, 5, 9 qiymatlar uchun $P \wedge Q$, $P \vee Q$ predikatlarning qiymatlari quyidagicha bo'ladi:

$(P\wedge Q)(1) = P(1) \wedge Q(1) = 1 \wedge 1 = 1$

$(P \wedge Q)(2) = P(2) \wedge Q(2) = 0 \wedge 0 = 0$

$(P \wedge Q)(3) = P(3) \wedge Q(3) = 1 \wedge 0 = 0$

$(P \wedge Q)(5) = P(5) \wedge Q(5) = 1 \wedge 0 = 0$

$(P \wedge Q)(9) = P(9) \wedge Q(9) = 1 \wedge 1 = 1$

$(P \vee Q)(1) = P(1) \vee Q(1) = 1 \vee 1 = 1$

$(P \vee Q)(2) = P(2) \vee Q(2) = 0 \vee 0 = 0$

$(P \vee Q)(3) = P(3) \vee Q(3) = 1 \vee 0 = 1$

$(P \vee Q)(5) = P(5) \vee Q(5) = 1 \vee 0 = 1$

$(P \vee Q)(9) = P(9) \vee Q(9) = 1 \vee 1 = 1$

Shunga o'xshash $P \to Q$, $P \leftrightarrow Q$, $\rceil P$, $\rceil Q$ predikatlarning qiymatlarini hisoblab chiqish mumkin.

$M \neq \varnothing$ to'plamda aniqlangan P (x) predikat berilgan bo'lsin, u holda P(x) predikatni rost mulohazaga aylantiradigan x ning M to'plamga tegishli barcha elementlarini E_r orqali belgilaymiz. E_r-R(x) <u>predikatning rostlik sohasi</u> deyiladi.

Rostlik sohasi quyidagi xossalarga ega.

1°. $E_{\overline{p}} = M \setminus E_p$

2°. $E_{P\wedge q} = E_p \bigcap E_q$

3°. $E_{p\vee q} = E_p \bigcup E_q$

4°. $E_{p\to q} = E_{\overline{p}} \bigcup E_q$

M to'plamda aniqlangan bir o'zgaruvchili P(x)-predikat berilgan bo'lsin. U holda, $\forall x$ P(x) ifoda, M to'plamning barcha elementlari uchun P(x) rost bo'lganda rost, M to'plamning kamida bitta x_0 elementi uchun $P(x_0)$ yolg'on bo'lganda yolg'on bo'ladigan mulohazadir. Bu erdagi $\forall$ belgi umumiylik kvantorini bildiradi.

Faraz qilamiz berilgan P(x) va Q(x) predikatlarning kamida bittasi masalan, P(x) aynan rost bo'lmasin. U holda $P(x) \wedge Q(x)$ predikat ham aynan rost bo'lmaydi, bundan esa $\forall xP(x)$, $\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$, $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$

mulohazalar yolg'on bo'ladi. Ya'ni bu holda ham tengkuchlilikning ikkala tomoni bir xil (yolg'on) qiymat qabul qiladi.

Mulohazalar algebarsidagidek predikatlar mantiqining teng kuchli formulalarida «≡» tengkuchlilik belgisini «⇔» ekvivalensiya amali bilan almashtirsak, aynan rost formulalar, ya'ni mantiq qonunlari hosil bo'ladi. Masalan, $\rceil(\forall x P(x)) \Leftrightarrow \exists x \rceil P(x)$; $\rceil(\exists x P(x)) \Leftrightarrow \forall x \rceil P(x)$- formulalar mantiq qonunlardir.

Matematik mantiq elementlari mavzuning o'qitilishidan qo'yilgan asosiy maqsad– matematik mantiq fanining algebra, geometriya, matematik tahlil kabi bir qancha matematik fanlarga tadbiqining eng sodda ko'rinishlaridan biri-matematik jumlalar (aksioma, teorema, ta'rif,...)larni mulohazalar va predikatlar algebralari tili orqali ifodalashga o'quvchilarni o'rgatishdir.

Predikatli formulalarga kvantorlarni qo'llash natijasida hosil qilingan mulohazaviy formulalar yordamida ta'rif, teoremalarni ifodalashga bir nechta misollar ko'rib chiqamiz.

7-misol. Natural sonlar to'plamida qaralgan tub son tushunchasi uchun quyidagi formulani keltirish mumkin :

$(\forall n \in N)((n \text{ - tub son}) \Leftrightarrow (n \neq 1 \wedge n \vdots p \Rightarrow p=1 \vee p=n))$.

Yoki quyidagi belgilashlarni kiritsak :

$A(x)$ – «x-tub son», $V(x)$ – «$x \neq 1$», $S(x)$ –« $x \vdots p$», $D(x)$ – «$x=1$», $P(x)$ – «$x=p$» , u xolda yuqoridagi formulani quyidagicha ifodalash mumkin :

$(\forall x \in N)\ (A(x) \Leftrightarrow B(x) \wedge C(x) \Rightarrow D(x) \vee P(x))$.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Azizxodjayeva N.H "Pedagogik texnologiya va pedagogik maxorat"- Toshkent.: TDPU, 2003, 174 bet.

2. Axmedov M va boshqalar Matematika 1, Toshkent.: O'zinkomsentr, 2003, 160-bet.
3. Axmedov M va boshqalar 1-sinfda matematika darslari - Toshkent.: O'zinkomsentr, 2003, 96-bet.
4. Ahmedov M., Ibragimov P., Abdurahmonova N., Jumayev M. E. "Birinchi sinf matematika darsligi." - T.: "Sharq", 160-bet.