ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИЗ КУРСА ЭКОНОМИКИ

Пиримов Акрам Пиримович
к.ф.-м.н., доцент кафедры «Начальное образование»
Навоийского государственного педагогического института
Жураева Гулшан Турдиевна
преподаватель кафедры «Начальное образование»
Навоийского государственного педагогического института

Аннотация: *В данной статьи приводиться применение математического языка, языка природы – дифференциального уравнения для решения задач из курса экономики. Приведена короткий обзор о дифференциальных уравнениях и их применения в различных разделах науки и техники.*

Ключевые слова: *дифференциальное уравнение, производная, решения, искомая функция, экономика, функция спроса, макроэкономика, динамика роста цен, рост населения, предложения, объема производства.*

Решение различных задач математики, механики, гидро и аэромеханики, экономики, биологии, физики, химии и других наук приводит часто к уравнениям, связывающим независимую переменную, искомую функцию и её производные, которых называют дифференциальными уравнениями.

Дифференциальным уравнением называется уравнение, связывающее независимые переменные, неизвестную функцию и ее производные или дифференциалы.

Теория дифференциальных уравнений состоит из двух частей: теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории уравнений в частных производных. Если неизвестная функция зависит от одной переменной, то дифференциальное уравнение называется обыкновенным, в противном случае, называется уравнением в частных производных.

Дифференциальное уравнение – это математический язык, которое называется языком природы. Владение этим языком составляет часть от общей культуры и образованности человека современного времени. Решить дифференциальное уравнение – значит найти неизвестную функцию y.

После открытия Ньютоном дифференциального исчисления, позволяющего использовать один и тот же математический аппарат для описания фундаментальных закономерностей различных явлений окружающего мира, стало возможно с помощью дифференциального уравнения **описывать не только простые явления, но и отдельные фундаментальные закономерности сложных объектов.**

Также большое значение имеют эти уравнения в экономической сфере, потому что при помощи дифференциального уравнения **можно описать**

множество процессов макроэкономической динамики - такие как, описания роста населения, динамику роста цен, процесс распространения рекламы, для нахождения функции спроса и предложения, объема производства некоторого производителя и т.д.

Рассмотрим несколько примеров из курса экономики, которые решаются при помощи методов дифференциального исчисления.

Поскольку понятие дифференциальных уравнений неразрывно связано с понятием производной, то уместным будет рассмотреть некоторые экономические понятия, определяющиеся с помощью производной. В курсе экономике существуют такие понятия как «предельные величины». К ним относятся: предельная выручка, полезность, производительность, предельный доход, продукт и др., которые характеризуют не состояние, а скорость изменения данного экономического объекта или процесса относительно времени или другого экономического объекта.

Издержки производства - пусть издержки производства выражаются функцией $y = y(x)$, где x – количество выпускаемой продукции. Тогда $y'(x)$ будет выражать предельные издержки производства, а заодно приблизительно характеризовать прирост переменных затрат на производство дополнительной единицы продукции. В свою очередь, средние издержки будут подчиняться закону $y'(x)/x$.

Производительность труда-предположим, что объем произведенной продукции на предприятии выражается функцией от времени $u = u(t)$. Тогда производная $u'(t)$ будет характеризовать производительность труда в момент времени t.

Функция потребления и сбережения. Обозначим через y – национальный доход, $S(y)$ – функция сбережения, $P(y)$ – функция потребления. Тогда доход страны будет выражаться формулой $y = P(y)+S(y)$ дифференцируя обе части этой неявной функции по y. получим $P'(y)+S'(y)=1$. в котором $P'(y)$ характеризует предельную склонность к потреблению, $S'(y)$ –предельную склонность к сбережению

Задача. *Найти функцию спроса, если* $E_p(y) = -y$, $y(e) = 0{,}2$.

Решение. *По условию задачи требуется найти функцию спроса* $y = y(p)$. *Для этого воспользуемся уравнением* эластичности спроса $E_p(y)=py'/y$, учытивая условии задачи получим дифференциальное уравнение $-y=py'/y^2$ *с разделяющимися переменными, преобразовав которое приведем к* дифференциальному уравнение *с разделенными переменными и решая полученного уравнения найдем общее решение:*

$-dp/p = dy/y^2$, $-\ln p=-1/y+C$, $y=1/(\ln p+C)$

Далее, применив условие Коши находим значения постоянного С:

$y = 0{,}2$, $p = e$, $y(e) = 1/(\ln e+C)$, $0{,}2=1/(1+C)$, $1+C=5$, $C=4$.

Частное решение задачи, удовлетворяющего начального условия имеет вид *$y=1/(\ln p+4)$– это и есть функция спроса, зависящая от цены.*

Известно, что в экономике с помощью уравнения $y'(t)=k\cdot y(t)$, описываются рост населения некоторой местности, динамика роста цен при постоянной инфляции, процесс распространения рекламы, эпидемии гриппа, ковида и др.

Задача. Выяснить, по истечении какого промежутка времени, объем реализованной продукции удвоится по сравнению с первоначальным, если значение коэффициента пропорциональности k в уравнении $y'(t)=k\cdot y(t)$, равно 0,1. На сколько процентов следует увеличить норму инвестиций, чтобы промежуток времени, необходимого для удвоения объема реализованной продукции уменьшился на 20%.

Решение. Решения задача Коши для уравнения $y'(t)=k\cdot y(t)$, имеет вид $y(t)=y_0\cdot e^{k(t-t_0)}$. По условию задачи имеем: $y(t)=y_0\cdot e^{k(t-t_0)}$, $t_0=0$; $k=0,1$; $y=2y_0$. Тогда $2y_0=y_0\cdot e^{0,1t}$, $2=e^{0,1t}$ отсюда находим $t\approx 6,93$.

Теперь полагая $t_1=0,8t$, получаем $k_1=k/0,8=1,25k$. Таким образом, примерно через 7 ед. времени норму инвестиций следует увеличить на 25%.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: учебник для академического бакалавриата. В 3 т. Т. 2. 7-е изд. Москва: Юрайт, 2018. 219 с.

2. Высшая математика для экономического бакалавриата: учеб. и практикум / Н.Ш. Кремер, Б.А. Прутко, И.М. Тришин. 4-е изд., перераб., доп. Москва: Юрайт, 2013. 909 с.

3. Кремер Н. Ш. Практикум по высшей математике для экономистов: Учебн. Пособие для вузов/ Кремер Н.Ш., Тришин И.М., Путко Б.А. и др. /под ред. Н. Ш. Кремера. Москва: Юнити-Дана, 2005. 423 с.

4. Некоторые приложения обыкновенных дифференциальных уравнений в экономике: метод. Указания для студентов всех форм обучения / состав: О.В. Авдеева, О.Ю.Микрюкова. Вологда: ВоГУ, 2015. 43 с.