ОЛТИНЧИ ВА ЕТТИНЧИ ТАРТИБЛИ ТЎЛА ДИФФЕРЕНЦИАЛЛИ ТЕНГЛАМАЛАР

Турсунова Эргашой Ғайратжон қизи
Фарғона давлат университети , Мураббийлар кўчаси 19 уй.
E-mails: tursunovaergashoy3@gmail.com

Аннотатция. *Ушбу мақолада икки ўзгарувчили функциянинг юқори тартибли тўла дифференциалидан фойдаланиб, олтинчи ва еттинчи тартибли тўла дифференциалли тенгламалар тадқиқ этилган.*

Калит сўзлар. *Олтинчи тартибли тўла дифференциалли тенглама, еттинчи тартибли тўла дифференциалли тенглама, олтинчи тартибли тўла дифференциалли функция, еттинчи тартибли тўла дифференциалли функция, умумий ечим.*

SIXTH AND SEVENTH ORDER TOTAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

Annotation. *In this paper , sixth and seventh order total differential equations are researched using the higher-order total differential of two-variable functions.*

Key words. *Sixth order total differential equation, seventh order total differential equation, sixth order total differential function, seventh order total differential function, solution.*

ПОЛНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ШЕСТОГО И СЕДЬМОГО ПОРЯДКОВ

Аннотация. *В этой статье исследуются уравнения полного дифференциала шестого и седьмого порядка с использованием полного дифференциала функций двух переменных более высокого порядка.*

Ключевые слова. *Уравнение полного дифференциала шестого порядка, уравнение полного дифференциала седьмого порядка , функция полного дифференциала шестого порядка, функция полного дифференциала седьмого порядка , решение.*

Кириш

Биринчи тартибли тўла дифференциалли оддий дифференциал тенгламалар ҳақида кўплаб адабиётлардан маьлумот олиш мумкин [1-2], [5-6]. Шунингдек, иккинчи, учинчи, тўртинчи, бешинчи ва n-тартибли тўла дифференциалли тенгламалар [3-4-7-8-9] ишларда ўрганилган. Ушбу мақолада олтинчи тартибли ва еттинчи тартибли тўла дифференциалли тенгламаларни умумий ечимини тўла дифференциалли бўлиш шартларини қўллаб топиш ўрганилган.

1-Таъриф. *Агар*

$$M_{60}(x,y)dx^6+6\cdot M_{51}(x,y)dx^5dy+15M_{42}(x,y)dx^4dy^2+$$
$$+20M_{33}(x,y)dx^3dy^3+15M_{24}(x,y)dx^2dy^4+$$
$$+6\cdot M_{15}(x,y)dxdy^5+M_{06}(x,y)dy^6=0 \qquad (1)$$

кўринишдаги тенгламада $M_{60}, M_{51}, M_{42}, M_{33}, M_{24}, M_{15}, M_{06}$ *функциялар узлуксиз дифференциалланувчи функциялар бўлиб, булар учун*

$$\frac{\partial M_{60}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial M_{51}(x,y)}{\partial x},\ \frac{\partial M_{51}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial M_{42}(x,y)}{\partial x},$$
$$\frac{\partial M_{42}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial M_{33}(x,y)}{\partial x},\ \frac{\partial M_{33}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial M_{24}(x,y)}{\partial x}$$
$$\frac{\partial M_{24}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial M_{15}(x,y)}{\partial x},\ \frac{\partial M_{15}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial M_{06}(x,y)}{\partial x}. \qquad (2)$$

муносабат ўринли бўлса, (1) тенглама олтинчи тартибли тўла дифференциалли тенглама дейилади. Бунда $\frac{\partial M_{60}(x,y)}{\partial y}, \frac{\partial M_{51}(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial M_{51}(x,y)}{\partial y}, \frac{\partial M_{42}(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial M_{42}(x,y)}{\partial y}, \frac{\partial M_{33}(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial M_{33}(x,y)}{\partial y}, \frac{\partial M_{24}(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial M_{24}(x,y)}{\partial y}, \frac{\partial M_{15}(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial M_{15}(x,y)}{\partial y}, \frac{\partial M_{06}(x,y)}{\partial x}$ *функциялар бирор соҳада узлуксиз функциялар.*

(1) тенгламанинг чап қисми бирор $u(x,y)$ функциянинг олтинчи тартибли тўлиқ дифференциали бўлса , яъни [1.31б]

$$d^6u=M_{60}(x,y)dx^6+6\cdot M_{51}(x,y)dx^5dy+15M_{42}(x,y)dx^4dy^2+$$
$$+20M_{33}(x,y)dx^3dy^3+10M_{24}(x,y)dx^2dy^4+$$
$$+6\cdot M_{15}(x,y)dxdy^5+M_{06}(x,y)dy^6=0 \qquad (3)$$

бўлса, у ҳолда

$$\frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial x^6}=M_{60}(x,y),\ \frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial x^5\partial y}=M_{51}(x,y),\ \frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial x^4\partial y^2}=M_{42}(x,y),$$
$$\frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial x^2\partial y^4}=M_{24}(x,y),\ \frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial x^3\partial y^3}=M_{33}(x,y),\ \frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial x\partial y^5}=M_{15}(x,y),$$
$$\frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial y^6}=M_{06}(x,y). \qquad (4)$$

эканлигидан, юқоридаги (2) шартлар келиб чиқиши тушунарли.

(4) тенгликлардан иҳтиёрий бирини олганимиздан (масалан, $M_{33}(x,y)$), $u(x,y)$ функцияни

$$u(x,y)=\iiint\left[\iiint M_{33}(x,y)dx^3\right]dy^3=C_\gamma(y)+C_\lambda(x)$$

кўринишда топамиз, бу ерда $C_{\gamma}(y), C_{\lambda}(x)$ – ихтиёрий ўзгармаслар($\gamma, \lambda \in N$). (4) тенгликларнинг биринчиси, иккинчиси ва ҳоказоларидан

$$\frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial x^6} = \frac{\partial^3}{\partial x^3}\left[\iiint M_{33}(x,y)dy^3\right] + \frac{1}{2}y^2 \cdot C_k^6(x) +$$

$$+ y \cdot C_{k+1}^6(x) + C_{k+2}^6(x) = M_{60}(x,y), \qquad (5)$$

$$\frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial x^5 \partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\iint M_{33}(x,y)dy^2\right] + y \cdot C_k^5(x) + C_{k+1}^5 = M_{51}(x,y), \qquad (6)$$

$$\frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial x^4 \partial y^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\int M_{33}(x,y)dy\right] + C_k^4(x) = M_{42}(x,y), \qquad (7)$$

$$\frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial x^2 \partial y^4} = \frac{\partial}{\partial y}\left[\int M_{33}(x,y)dx\right] + C_k^4(y) = M_{24}(x,y) \qquad (8)$$

$$\frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial x \partial y^5} = \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[\iint M_{33}(x,y)dx^2\right] + x \cdot C_k^5(y) + C_{k+1}^5 = M_{15}(x,y) \qquad (9)$$

$$\frac{\partial^6 u(x,y)}{\partial y^6} = \frac{\partial^3}{\partial y^3}\left[\iiint M_{33}(x,y)dx^3\right] + \frac{1}{2}x^2 \cdot C_k^6(y) + x \cdot C_{k+1}^6(y) + C_{k+2}^6(y) = M_{06}(x,y).$$
(10)

(5), (6), (7), (8), (9) ва (10) тенгликлардан $C_k(y)$, $C_{k+1}(y)$, $C_{k+2}(y)$, $C_k(x)$, $C_{k+1}(x)$,..., $C_{k+2}(x)$ ларни топамиз. Натижаларни $u(x,y)$ функцияга олиб бориб қўйиб, олтинчи тартибли тўла дифференциалли тенгламанинг умумий ечимига эга бўламиз.

2-Таъриф. *Агар*

$$M_{70}(x,y)dx^7 + 7 \cdot M_{61}(x,y)dx^6dy + 21M_{52}(x,y)dx^5dy^2 +$$

$$+35M_{43}(x,y)dx^4dy^3 + 35M_{34}(x,y)dx^3dy^4 + 21M_{25}(x,y)dx^2dy^5 +$$

$$+ 7 \cdot M_{16}(x,y)dxdy^6 + M_{07}(x,y)dy^7 = 0 \qquad (11)$$

кўринишдаги тенгламада $M_{70}, M_{61}, M_{52}, M_{43}, M_{34}, M_{25}, M_{16}, M_{07}$ *функциялар узлуксиз дифференциалланувчи функциялар бўлиб, булар учун*

$$\frac{\partial M_{70}(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial M_{61}(x,y)}{\partial x}, \quad \frac{\partial M_{61}(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial M_{52}(x,y)}{\partial x},$$

$$\frac{\partial M_{52}(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial M_{43}(x,y)}{\partial x}, \quad \frac{\partial M_{43}(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial M_{34}(x,y)}{\partial x},$$

$$\frac{\partial M_{34}(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial M_{25}(x,y)}{\partial x}, \quad \frac{\partial M_{25}(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial M_{16}(x,y)}{\partial x},$$

$$\frac{\partial M_{16}(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial M_{07}(x,y)}{\partial x}. \qquad (12)$$

муносабат ўринли бўлса, (11) тенглама еттинчи тартибли тўла дифференциалли тенглама дейилади. Бунда $\frac{\partial M_{70}(x,y)}{\partial y}$, $\frac{\partial M_{61}(x,y)}{\partial x}$, $\frac{\partial M_{61}(x,y)}{\partial y}$, $\frac{\partial M_{52}(x,y)}{\partial x}$, $\frac{\partial M_{52}(x,y)}{\partial y}$, $\frac{\partial M_{43}(x,y)}{\partial x}$, $\frac{\partial M_{43}(x,y)}{\partial y}$, $\frac{\partial M_{34}(x,y)}{\partial x}$, $\frac{\partial M_{34}(x,y)}{\partial y}$, $\frac{\partial M_{25}(x,y)}{\partial x}$, $\frac{\partial M_{25}(x,y)}{\partial y}$, $\frac{\partial M_{16}(x,y)}{\partial x}$, $\frac{\partial M_{16}(x,y)}{\partial y}$, $\frac{\partial M_{07}(x,y)}{\partial x}$ *функциялар бирор соҳада узлуксиз функциялар.*

(11) тенгламанинг чап қисми бирор $u(x,y)$ функциянинг еттинчи тартибли тўлик дифференциали бўлса , яъни [1.31б]

$$d^7u = M_{70}(x,y)dx^7 + 7\cdot M_{61}(x,y)dx^6dy + 21M_{52}(x,y)dx^5dy^2 +$$
$$+35M_{43}(x,y)dx^4dy^3 + 35M_{34}(x,y)dx^3dy^4 + 21M_{25}(x,y)dx^2dy^5 +$$
$$+7\cdot M_{16}(x,y)dxdy^6 + M_{07}(x,y)dy^7 = 0 \qquad (13)$$

бўлса, у ҳолда

$$\frac{\partial^7 u(x,y)}{\partial x^7} = M_{70}(x,y),\ \frac{\partial^7 u(x,y)}{\partial x^6\partial y} = M_{61}(x,y),\ \frac{\partial^7 u(x,y)}{\partial x^5\partial y^2} = M_{52}(x,y),$$
$$\frac{\partial^7 u(x,y)}{\partial x^4\partial y^3} = M_{43}(x,y),\ \frac{\partial^7 u(x,y)}{\partial x^3\partial y^4} = M_{34}(x,y),\ \frac{\partial^7 u(x,y)}{\partial x^2\partial y^5} = M_{25}(x,y),$$
$$\frac{\partial^7 u(x,y)}{\partial x\partial y^6} = M_{16}(x,y),\ \frac{\partial^7 u(x,y)}{\partial y^7} = M_{07}(x,y). \qquad (14)$$

эканлигидан, юқоридаги (12) шартлар келиб чиқиши тушунарли.

(14) тенгликлардан ихтиёрий бирини олганимиздан (масалан, $M_{43}(x,y)$), $u(x,y)$ функцияни

$$u(x,y) = \iiint\left[\iint\iint M_{43}(x,y)dx^4\right]dy^3 = C_\gamma(y) + C_\lambda(x)$$

кўринишда топамиз, бу ерда $C_\gamma(y), C_\lambda(x)$ −ихтиёрий ўзгармаслар($\gamma,\lambda \in N$). (14) тенгликларнинг биринчиси, иккинчиси, учинчиси ва ҳоказоларидан

$$\frac{\partial^7 u(x,y)}{\partial x^7} = \frac{\partial^3}{\partial x^3}\left[\iiint M_{43}(x,y)dy^3\right] + \frac{1}{2}y^2\cdot C_k^7(x) +$$
$$+y\cdot C_{k+1}^7(x) + C_{k+2}^7(x) = M_{70}(x,y), \qquad (15)$$

$$\frac{\partial^7 u(x,y)}{\partial x^6\partial y} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\iint M_{43}(x,y)dy^2\right] + y\cdot C_k^6(x) + C_{k+1}^6 = M_{61}(x,y)\ , \qquad (16)$$

$$\frac{\partial^7 u(x,y)}{\partial x^5\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\left[\int M_{43}(x,y)dy\right] + C_k^5(x) = M_{52}(x,y), \qquad (17)$$

....

$$\frac{\partial^7 u(x,y)}{\partial y^7} = \frac{\partial^4}{\partial y^4}\left[\iint\iint M_{43}(x,y)dx^4\right] + \frac{1}{2}x^2 C_k^7(y) + x \cdot C_{k+1}^7(y) + C_{k+2}^7(y) = M_{07}(x,y).$$

(18)

(15), (16), (17) ва хоказо тенгликлардан ҳамда (18) тенгликдан $C_k(y)$, $C_{k+1}(y)$, $C_{k+2}(y)$, $C_k(x)$, $C_{k+1}(x)$,..., $C_{k+2}(x)$ ларни топамиз. Натижаларни $u(x,y)$ функцияга олиб бориб қўйиб, еттинчи тартибли тўла дифференциалли тенгламанинг умумий ечимига эга бўламиз.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР:

1. Салохитдинов М.С., Насритдинов Ғ.Н. Оддий дифференциал тенгламалар. –Тошкент: Ўзбекистон,1994.
2. Ergashev.T.G. Differensial tenglamalar fanidan misol va masalalar yechish. – Namangan, 2012.
3. Азизов М. ва Турсунова Э. Иккинчи ва учинчи тартибли тўла дифференциалли тенгламалар ҳақида. "Ўзбекистонда илмий-амалий тадқиқотлар" мавзусидаги Республика 15-кўп тармоқли илмий масофавий онлайн конференциясининг 15-сони,30 апрель, 2020 yil.
4. Азизов М. ва Турсунова Э. n-тартибли тўла дифференциалли тенгламалар ҳақида. "Ўзбекистонда илмий-амалий тадқиқотлар" мавзусидаги Республика 15-кўп тармоқли илмий масофавий онлайн конференциясининг 15-сони,30 апрель, 2020 yil.
5. Ўринов А.Қ., Қосимов Х.Н., Ғозиев Қ.С. Дифференциал тенгламалар фанидан услубий кўрсатма. II қисм. -Фарғона: 2002.
6. O'rinov A.Q., Mirzakarimov E.M. Oddiy differensial tenglamalar Maple tizimida. – Toshkent: Navro'z, 2013.
7. Э.Ғ.Турсунова. Тўртинчи тартибли тўла дифференциалли тенгламалар. JOURNAL OF INNOVATIONS IN SCIENTIFIC AND EDUCATIONAL RESEARCH VOLUME6 ISSUE-6 (30 June) 2023, 240-244-betlar.
8. Э.Ғ.Турсунова, Н.С.Икрамова. БЕШИНЧИ ТАРТИБЛИ ТЎЛА ДИФФЕРЕНЦИАЛЛИ ТЕНГЛАМАЛАР. Ижодкор ўқитувчи, 37-сон (5 март) 2024, 56-61-бетлар.
9. Э.Ғ.Турсунова. Тўртинчи ва бешинчи тартибли тўла дифференциалли тенгламалар ҳақида. MODELS AND METHODS FOR INCREASING THE EFFICIENCY OF INNOVATIVE RESEARCH INTERNATIONAL SCIENTIFIC-ONLINE CONFERENCE Part 34 (11 May) 2024, 279-283- бетлар.