КВАНТ АТОМ ФИЗИКАСИНИ ТУШУНТИРИШДА КВАНТ МЕХАНИК ОПЕРАТОРЛАРНИНГ РОЛИ

А.М. Худайберганов
доцент

Аннотация*: Ушбу мақолада олий таълим муассасаларининг умумий физика курсининг атом физикаси бўлимида кенг қўлланиладиган квант механик операторларнинг роли ва аҳамияти ҳақида фикр юритилади.*

Аннотация*: В данной статье рассматриваются роль и значение квантово-механических операторов, которые широко используются в разделе атомной физики курса общей физики высших учебных заведений.*

Annotation*: This article discusses the role and importance of quantum mechanical operators, which are widely used in the atomic physics section of the general physics course of higher educational institutions.*

Калит сўзлар*: квант механика, квант атом физикаси, квант механик оператор, тўлиқ энергия оператори, импульс оператори, кинетик энергия оператори, потенциал энергия оператори, Шредингер тенгламасининг оператор кўриниши.*

Ключевые слова: *квантовая механика, квантовая атомная физика, квантовомеханический оператор, оператор полной энергии, оператор импульса, оператор кинетической энергии, оператор потенциальной энергии, операторное представление уравнения Шредингера.*

Key words: *quantum mechanics, quantum atomic physics, quantum mechanical operator, full energy operator, impulse operator, kinetic energy operator, potential energy operator, operator representation of the Schrödinger equation.*

Квант механика-квант объектларининг кузатиладиган хоссаларини айтиб берадиган ва тушунтира оладиган тушунча, тасаввур ва формулалар системасидир. Квант объектлари классик физикада кўрилаётган шароитга боғлиқ равишда зарра ёки тўлқин кўринишида намоён бўлади. Бунда улар қисман хоссаларини йўқотади. Шунинг учун классик образлар, тушунчалар, фазо-вақт муносабатлари ва бошқалар квант объектларга қўлланилганида ўзларининг маъноларини йўқотадилар. Чунки классик образлар, тушунчалар, фазо-вақт муносабатлари ва бошқалар квант объектларга ўз маъноларида қўлланилиши керак. Бундан ташқари кузатилаётган қонуниятларни кўринма тасаввурсиз тушунтириб бера оладиган ҳамда классик ўхшаши бўлмаган образлар, тушунчалар, фазо-вақт муносабатлари ва бошқалардан микрооламда фойдаланилади.

Маълумки, классик физикада зарра имульси билан унинг координатасини бир вақтда катта аниқлик билан ўлчаш мумкин. Ушбу хулоса классик физиканинг математик аппаратидан келиб чиқади. Агар микроолам физикасига ўтиладиган бўлса, юқорида келтирилган хулоса ноўрин бўлиб қолади, чунки микрооламда зарра имульси билан унинг координатасини бир вақтда катта аниқлик билан ўлчаб бўлмайди. Бу хулоса эса квант механикасининг математик аппаратини микроолам физикасига қўлланилишидан келиб чиқади. квант механикасининг математик аппаратининг асосини квант механик опнраторлар ташкил қилади. Ушбу операторлар микроолам физикасининг асосини ва ҳодисаларини тушунтиришда катта аҳамият касб этади ҳамда кўпгина қулайликларни келтириб чиқаради. Қўйилган масалаларни ҳал этишда асосий вазифалардан бирини бажаради десак муболаға бўлмайди. Квант механик операторлар нима, уларнинг турлари қандай ҳамда қандай хоссаларга эга деган савол пайдо бўлади. Шу саволга жавоб беришга ҳаракат қилиб кўрамиз. Бунда зарра тўлқин функциясининг дифференциал тенгламасини ҳосил қилиш учун унинг $\psi(\vec{r},t)=Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et-\vec{p}\vec{r})}$ шаклдаги тўлқин функциясидан аввал вақт бўйича ҳосила олиб, қуйидаги тенгламани ҳосил қилинади:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{i}{\hbar}E\psi.$$

Унинг иккала томонини $i\hbar$ га кўпайтириб, қуйидаги тенгламани ҳосил қилиш мумкин:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=E\psi.$$

Демак, зарранинг тўлқин функциясидан вақт бўйича ҳосила олиниб, $i\hbar$ га кўпайтириш натижасида шу тўлқин функциянинг бирор физик катталикка кўпайтмаси ҳосил бўлди. Ўзидан ўнг томонда турган зарранинг тўлқин функцияси устида қандай математик амал бажарилишини кўрсатувчи математик символга квант механик оператор дейилади. Бу операторга қуйидагича ҳам таъриф бериш мумкин. $x_1,x_2,x_3,......,x_n$ ўзгарувчиларга боғлиқ $\psi(x_1,x_2,x_3,.....,x_n)$ функцияни худди шундай ўзгарувчиларга боғлиқ $\psi'(x_1,x_2,x_3,.....,x_n)$ функция билан солиштирадиган математик символга квант механик оператор деб аталади. Одатда квант механик оператор юқоридаги ифоданинг ўнг томонидаги тўлқин функцияни олдида кўпайтма шаклида келган физик катталикнинг оператори бўлади ва ўша физик катталик ҳарфи билан белгиланади. Ҳар қандай физик катталик операторининг тепасига пастга қараган синиқ чизиқ ("томча") қўйилади. Юқоридаги дифференциал тенгламадан зарра тўлиқ энергия операторининг кўриниши $\hat{E}=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$ эканлигини аниқлаш мумкин. Юқорида айтилган $\psi(x_1,x_2,x_3,.....,x_n)$ функция билан $\psi'(x_1,x_2,x_3,.....,x_n)$ функция орасидаги оператор муносабат бирор $\hat{F}$ оператор орқали қуйидагича берилади:

$$\psi'=\hat{F}\psi.$$

Агар $\hat{F}$ чизиқли оператор бўлса, у ҳолда қуйидаги шартлар бажарилади:

$$\hat{F}(\psi_1+\psi_2)=\hat{F}\psi_1+\hat{F}\psi_2, \qquad \hat{F}C\psi=C\hat{F}\psi,$$

$$\hat{F}(C_1\psi_1+C_2\psi_2)=\hat{F}C_1\psi_1+\hat{F}C_2\psi_2=C_1\hat{F}\psi_1+C_2\hat{F}\psi_2.$$

Бу ерда C, C_1, C_2 – ихтиёрий доимийлар. Ихтиёрий берилган $\hat{F}$ ва $\hat{R}$ операторларни комбинациялаб, уларнинг йиғинди ва кўпайтмасини аниқлаш мумкин. Бу операторларнинг йиғиндиси деб шундай $\hat{G}$ операторга айтиладики, у юқоридаги икки операторнинг йиғиндисига тенг бўлади:

$$\hat{G} = \hat{F} + \hat{R},$$

$$\hat{G}\psi = \hat{F}\psi + \hat{R}\psi.$$

Ушбу операторларнинг кўпайтмаси деб тўлқин функцияга икки операторнинг кетма-кет таъсири тушунилади. Бунда тўлқин функцияга яқин турган биринчи оператор аввал таъсир қилади, сўнгра унга иккинчи оператор таъсир қилади. Ушбу кўпайтма қуйидаги муносабат билан аниқланади:

$$\hat{L} = \hat{F}\hat{R}, \quad \hat{L}\psi = \hat{F}\hat{R}\psi.$$

Бу ҳолда тўлқин функцияга $\hat{R}$ оператори биринчи таъсир қилади, сўнгра $\hat{F}$ оператори таъсир қилади. Агар тўлқин функцияга аввал $\hat{F}$, сўнгра $\hat{R}$ оператори таъсир қилса, у ҳолда қуйидаги муносабат ўринли бўлади:

$$\hat{M} = \hat{R}\hat{F}, \quad \hat{M}\psi = \hat{R}\hat{F}\psi.$$

Шуни айтиш керакки, $\hat{L}$ ва $\hat{M}$ операторлар бир-бири билан мос тушмайди. Чунки уларнинг таркибига кирган $\hat{F}$ ва $\hat{R}$ операторларнинг кўпайтмаси кўпайтувчиларнинг кўпайтмада туриш тартибига боғлиқ бўлади. Бундан операторлар алгебраси бир-бири билан коммутатив бўлмаган катталиклар алгебраси эканлиги келиб чиқади. Агар икки операторнинг кўпайтмаси кўпайтувчиларнинг тартибига боғлиқ бўлмаса, бундай операторларга коммутатив операторлар дейилади. Операторларнинг коммутативлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\hat{F}\hat{R} = \hat{R}\hat{F}.$$

Агар икки операторнинг кўпайтмаси кўпайтувчиларнинг тартибига боғлиқ бўлса, бундай операторларга коммутатив бўлмаган ёки нокоммутатив операторлар дейилади. Операторларнинг нокоммутативлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\hat{F}\hat{R} \neq \hat{R}\hat{F}.$$

Агар икки оператор антикоммутатив бўлса, уларнинг бу шартини қуйидагича ёзиш мумкин бўлади:

$$\hat{F}\hat{R} = -\hat{R}\hat{F}.$$

Ушбу $\hat{F}\hat{R} - \hat{R}\hat{F}$ айирмага тенг бўлган операторга коммутатор дейилади ва у катта қавс билан белгиланади:

$$\hat{F}\hat{R} - \hat{R}\hat{F} = \{\hat{F}, \hat{R}\}.$$

Берилган $\hat{F}$ операторга тескари бўлган оператор $\hat{F}^{-1}$ ни ҳам олиш мумкин. У қуйидагига тенг бўлади:

$$\hat{F}^{-1}\hat{F}\psi=\psi,\quad \hat{F}\hat{F}^{-1}\psi=\psi,\quad \hat{F}\hat{F}^{-1}=\hat{F}^{-1}\hat{F}=1.$$

Зарранинг тўлқин функциясига бирор операторнинг таъсир этиши натижасида ифоданинг ўнг томонида ҳосил бўлган тўлқин функцияга шу операторнинг хусусий функцияси, унинг олдидаги кўпайтувчи коэффициентга ана шу операторнинг хусусий қиймати дейилади. Ҳар қандай операторнинг хусусий функцияси зарра тўлқин функциясига қўйилган барча шартларга бўйсунади.

Зарранинг $\psi(\vec{r},t)=Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et-\vec{p}\vec{r})}$ шаклдаги тўлқин функциясидан уччала координата бўйича ҳосила олиниб, зарра импульси ташкил этувчиларининг қуйидаги операторларини ҳосил мумкин:

$$\hat{p}_x=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x},\quad \hat{p}_y=-i\hbar\frac{\partial}{\partial y},\quad \hat{p}_z=-i\hbar\frac{\partial}{\partial z}.$$

Координата оператори сифатида координатанинг ўзи олинади:

$$\hat{x}=x,\quad \hat{y}=y,\quad \hat{z}=z.$$

Координата операторининг зарра тўлқин функциясига таъсири ана шу координатанинг тўлқин функция кўпайтмасига тенг бўлади:

$$\hat{x}\psi=x\psi,\quad \hat{y}\psi=y\psi,\quad \hat{z}\psi=z\psi.$$

Операторлар кўпайтмасини икки бир хил оператор масалан, зарра импульси ташқил этувчиларининг операторлари мисолида қуйидагича кўриб чиқиш мумкин:

$$\hat{p}_x^{\,2}\psi=\hat{p}_x\hat{p}_x\psi=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}(-i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial x})=-\hbar^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2},\quad \hat{p}_y^{\,2}\psi=-\hbar^2\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2},\quad \hat{p}_z^{\,2}\psi=-\hbar^2\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2},$$

$$\hat{p}_x^{\,2}=-\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial x^2},\quad \hat{p}_y^{\,2}=-\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial y^2},\quad \hat{p}_z^{\,2}=-\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Квант механикада операторларни физик формулалар асосида қўшиш ва кўпайтириш ёрдамида янги операторларни тузиш мумкин. Ҳосил бўлган янги операторга физик формулалардаги натижавий катталикнинг номи берилади. Бошқача қилиб айтилса, ихтиёрий физик формулалардаги физик катталикларни уларга мос келувчи квант механик операторлар билан алмаштириш мумкин. Шу сабабли зарра импульси квадрати $p^2=p_x^{\,2}+p_y^{\,2}+p_z^{\,2}$ га мос келувчи оператор тенгламани қуйидагича ёзса бўлади:

$$\hat{p}^2=\hat{p}_x^{\,2}+\hat{p}_y^{\,2}+\hat{p}_z^{\,2}=-\hbar^2(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2})=-\hbar^2\Delta.$$

Худди шунга ўхшаш $T=\frac{p^2}{2m}$ га асосан зарранинг кинетик энергия операторини ҳосил қилиш мумкин:

$$\hat{T}=\frac{\hat{p}^2}{2m}=-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta.$$

Маълумки, зарранинг потенциал энергияси фақат масофа, яъни координата функцияси бўлганлиги учун зарранинг потенциал энергия оператори потенциал энергиянинг ўзига тенг бўлади:

$$\hat{U} = U(x, y, z).$$

Зарранинг потенциал ва кинетик энергия операторлари йиғиндисига зарранинг тўлиқ энергия оператори ёки Гамильтон оператори дейилади:

$$\hat{H} = \hat{E} = \hat{T} + \hat{U} = \hat{T} + U(x, y, z) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(x, y, z).$$

Гамильтон оператори билан тўлқин функцияга таъсир кўрсатилса, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$\hat{H}\psi = \hat{E}\,\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + U\psi = E\psi.$$

$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + U\psi = E\psi$ тенглама бирор майдонда ҳаракатланаётган зарранинг норелятивистик Шредингер тенгламасини ифодалагани учун оператор шаклидаги Шредингер тенгламаси қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\hat{H}\psi = E\psi.$$

Бирор майдонда ҳаракатланаётган зарранинг норелятивистик Шредингер тенгламасининг оператор кўриниши унинг бошқа кўринишларига қараганда қулай эканлиги осон ёзилиши билан ажралиб турибди. Демак, микроолам физикаси ҳодисаларини ифодаловчи тенгламаларни оператор кўринишида ёзилиши уларнинг маъносини тўғри ва тез тушунишга ҳамда микроолам ҳамда квант атом физикаси ҳодисаларни тўғри тасаввур қилишга ёрдам бераркан. Бундан эса квант атом физикасини тушунтиришда квант механик операторлар катта роль ўйнайди деган хулосага келиш мумкин.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР:

1. Douglas C. Giancoli. Physics. Principles with applications. Published by Pearson Education. Boston. USA. 2014.

2. R. F. Feynman. Quantum mechanics. Vol. 3. 1994.

3. P. Ewart. Atomic physics. Atomic physics lecture notes final. 1990.

4. A.M. Xudayberganov, A.A. Mahmudov. Atom fizikasi, asosiy tushuncha, qonun, tajriba va formulalar. Toshkent. Navro'z. 2018.

5. Э.В. Шпольский. Атомная физика. Том 1-2. Москва. Атомиздат. 2008.

6. А.Н. Матвеев. Атомная физика. Москва. Лань. 2009.

7. Д.И. Блохинцев. Основы квантовой механики. Москва. Высшая школа. 1989.