УМУМИЙ ФИЗИКА КУРСИДАГИ ТЎЛҚИН ФУНКЦИЯ ТУШУНЧАСИНИ КИРИТИШДА ЭҲТИМОЛИЙ-СТАТИСТИК ҒОЯЛАРИНИНГ РОЛИ

А.М. Худайберганов
доцент

Аннотация: *Ушбу мақолада олий таълим муассасалариларининг умумий физика курсидаги квант механикаси бўлимида кенг ишлатиладиган тўлқин функция тушунчасини талабаларга киритишда эҳтимолий-статистик ғояларнинг роли ҳақида фикр юритилади.*

Калит сўзлар: *квант механика, квант физика, квант объекти, бир жинсли муҳит, монохроматик тўлқин, ясси тўлқин, Луи де Бройль, тўлқин функция.*

Аннотация: *В данной статье приводится роль вероятно-статистических идеи при введении понятия волновой функции частицы, широко применяемые в квантовой механике общего курса физики для студентов высших учебных заведений.*

Ключевые слова: *квант механика, квантовая физика, квантовый объект, однородная среда, монохроматическая волна, плоская волна, Луи де Бройль, волновая функция.*

Annotation: *This article presents the role of probabilistic-statistical ideas in the introduction of the concept of the wave function of a particle, widely used in quantum mechanics of the general course of physics for students of higher educational institutions.*

Key words: *quantum mechanics, quantum physics, quantum object, homogeneous medium, monochromatic wave, plane wave, Louis de Broglie, wave function.*

Маълумки, тўлқин функция тушунчаси олий таълим муассасаларида ўқитиладиган умумий физика курсининг квант физикаси бўлимининг асосий тушунчаси ҳисобланади. Бу тушунча микрооламга, аниқроқ айтилса, зарралар оламига тегишли бўлиб, у заррани тўлиқ характерловчи асосий тушунчалардан биридир. Ушбу тушунча тўлқин-зарра дуализми баён қилинаётган вақтда киритилади. Кузатишлар ва тажрибалар шуни кўрсатадики, бу тушунча талабалар томонидан қийин ўзлаштириладиган тушунчалардан бири экан. Бу тушунчани осон шакллантиришда уни баён қилаётган профессор-ўқитувчи олий математика курсининг эҳтимолий-статистик ғоя ва тушунчаларидан фойдаланиши лозим бўлади. Бошқача айтилса, эҳтимоллик назарияси ҳамда математик статистика, яъни олий математика бўлимларидан бирининг элементларини қўллаш зарурдир. Ушбу мақолада тўлқин функция тушунчасини олий таълим муассасаларида таълим олаётган талабаларда шакллантириш ва унинг физик маъносини баён этишда эҳтимолий-статистик ғоя ва тушунчаларининг роли қандай эканлиги тўғрисида фикр юритилади.

Умумий физика курсини ўқиётган олий таълим муассасалари талабаларида тўлқин функция тушунчасини тушунтириш учун аввало уларни ясси монохроматик тўлқин тушунчаси билан таништириб ўтиш зарур. Буни қуйидагича амалга оширса бўлади. Одатда монохроматик тўлқин дейилганида, фаза ва амплитудаси вақт ўтиши билан ўзгармайдиган тўлқин тушунилади. Тўлқин сирти ясси текисликдан иборат бўлган тўлқинга ясси тўлқин дейилади. Ихтиёрий танлаб олинган ўқ бўйлаб тарқалаётган тўлқинни ясси тўлқин дейиш мумкин. Барча нуқталарида хоссалари бир хил бўлган муҳит бир жинсли муҳит ҳисобланади.

x ўқи бўйлаб тарқалаётган ясси монохроматик ёки гармоник тўлқин формуласи қуйидаги кўринишга эга:

$$u = a\cos[\omega(t - \frac{x}{c'}) + \delta].$$

Бу ерда a-тўлқиннинг ҳақиқий амплитудаси, u-тарқалаётган тўлқин катталиги, яъни тўлқиннинг мувозанат вазиятига нисбатан силжиши, $\omega -$ тўлқиннинг циклик частотаси, $\varphi = [\omega(t - \frac{x}{c'}) + \delta] -$ тўлқин фазаси, $\delta -$ тўлқиннинг бошланғич фазаси.

Агар ясси монохроматик тўлқин x ўқи билан α, y ўқи билан β, z ўқи билан γ бурчак ташкил қилган x' ўқи бўйлаб тарқалса, бу тўлқин формуласи қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$u = a\cos[\omega(t - \frac{x'}{c'}) + \delta].$$

Координата ўқларининг бурилишидаги координаталарни алмаштириш формулаларига асосан $x' = x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma$ эканлиги ҳисобга олинса, юқоридаги формула қуйидаги кўринишга келади:

$$u = a\cos[\omega(t - \frac{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma}{c'}) + \delta].$$

$\omega = 2\pi\nu$ ва $c' = \lambda\nu$ эканлиги ҳисобга олинса, юқоридаги формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$u = a\cos[2\pi(\nu t - \frac{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma}{\lambda}) + \delta].$$

Ясси монохроматик тўлқиннинг сиртига ўтказилган мусбат нормаль йўналиши билан мос тушувчи йўналишга эга $\vec{k}(k_x, k_y, k_z)$ тўлқин векторининг модули ва тегишли ташкил этувчилари қуйидагича топилади:

$$\left|\vec{k}\right| = \frac{1}{\lambda}, \quad k_x = \frac{\cos\alpha}{\lambda}, \quad k_y = \frac{\cos\beta}{\lambda}, \quad k_z = \frac{\cos\gamma}{\lambda}.$$

Тўлқин векторининг тегишли ташкил этувчилари формулаларини ҳисобга олган ҳолда юқоридаги тўлқин формуласини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$u = a\cos\{2\pi[\nu t - (xk_x + yk_y + zk_z)] + \delta\} = a\cos[2\pi(\nu t - \vec{k}\vec{r}) + \delta].$$

Бу ерда $\vec{r} -$ тўлқин сиртининг исталган нуқтасига ўтказилган радиус-вектор. Ушбу формула бир жинсли муҳитда тарқалаётган ҳақиқий ясси монохроматик тўлқин формуласидир.

Бир жинсли муҳитда тарқалаётган умумий ясси монохроматик тўлқин формуласи эса комплекс кўринишда қуйидагича ёзилади:

$$u = ae^{i[2\pi(\nu t - \vec{k}\vec{r}) + \delta]} = ae^{i\delta}e^{i[2\pi(\nu t - \vec{k}\vec{r})]} = Ae^{i2\pi(\nu t - \vec{k}\vec{r})}.$$

Бу ерда $A = ae^{i\delta} -$ ясси монохроматик тўлқиннинг комплекс амплитудаси.

Бир жинсли муҳитда тарқалаётган умумий ясси монохроматик тўлқин формуласи баён қилинганидан сўнг тўлқин-зарра дуализми ҳақида фикр юритиш мумкин бўлади. Буни эса қуйидаги фикрлар билан амалга ошириш мумкин. 1924 йилда француз физиги Луи де-Бройль “Барча зарралар корпускуляр хусусиятга эга бўлиши билан бир қаторда улар тўлқин хусусиятига ҳам эга бўладилар” деган гипотезани илгари сурди. Ушбу фикр тўлқин-зарра гипотезаси, яъни зарра-тўлқин дуализми ҳисобланади.

Шу гипотезага мувофиқ, табиатда мавжуд барча зарралар тўлқин хусусияларига эга бўладилар. У ҳолда зарранинг тўлқин хоссаларини ифодаловчи тўлқинга зарранинг де- Бройль тўлқини дейилади. Ҳар қандай зарра тўлқин хусусиятига эга бўлганлиги учун унинг де Бройль тўлқини формуласи ясси монохроматик тўлқин формуласи билан бир хил бўлади. Шу сабабли ушбу формула зарранинг де Бройль тўлқини учун қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\psi(\vec{r},t) = Ae^{i2\pi(\nu t-\vec{k}\vec{r})} = Ae^{\frac{i2\pi}{h}(Et-\vec{p}\vec{r})} = Ae^{\frac{i}{\hbar}(Et-\vec{p}\vec{r})}.$$

Бу ердаги $\psi(\vec{r},t)$ функцияга зарранинг тўлқин функцияси дейилади. Ушбу функция зарранинг координатасига ва вақтга боғлиқ бўлади.

Тўлқин функциянинг физик мазмуни ҳақида фикр юритиш учун энг аввало талабалар диққатини қуйидаги тажриба ҳамда фикрларга қаратиш керак. Зарралар оқими, аникроқ айтилса, электронлар оқими бирор дифракцион қурилмага, масалан, кристаллга тушган вақтида дифракция ҳодисаси рўй беради. Дифракция битта электроннинг де Бройль тўлқинининига хос хусусият бўлганлиги сабабли, тушаётган оқимни битта электрондан ташкил топган деб қараш мумкин. Электроннинг кристалл орқали ўтган де Бройль тўлқинини бир нечта дифракцион оқимларга ажратиш мумкин. Бу оқимларда электроннинг қандайдир қисми мавжуд деб қараш мумкин эмас. Чунки электрон яхлит зарра бўлганлиги учун уни қисмларга ажратиб бўлмайди. Бу эса микрооламга хос бўлган атомизмнинг бир кўринишидир.

Агар электронлар оқими йўлига уларни қайд қилувчи санагич қўйилса, унда электронлар қисман эмас, балки бир бутунлигича қайд қилинади. Бундан электрон қайд қилингунча дифракцион оқимларнинг бирортасини ичида бўлган, қолган оқимлар эса ҳеч қандай роль ўйнамайди ва улар мавжуд эмас деб айтиб бўлмайди. Бундай нуқтаи-назар санагич орқали классик механикада моддий нуқта ҳисобланган электрон ўтади деган фикрга олиб келади. Уни электронларнинг интерференция ва дифракция ҳодисалари билан бир қаторга қўйиб бўлмайди.

Агар тажриба бошқа электрон билан такрорланса, у бошқа оқимнинг ичида қайд қилинади. Дифракциядан ташқари зарранинг яхлитлиги қайтиш ва синиш процессларида ҳам намоён бўлади. Икки муҳит чегарасига тушган зарра ундан тўлиқлигича қайтади ёки яхлитлигича иккинчи муҳитга ўтади. Бундай ҳолда тўлқин билан зарра орасидаги муносабат фақат статистик талқин қилинади. Бу эса Борнни зарранинг де Бройль тўлқинини статистик талқин қилишга мажбур қилди. Мана шу ердан зарранинг тўлқин функцияси умумий ҳолда мазмунга эга эмаслиги, у заррани характерлаши, тўлқин функциянинг фақат эҳтимолий-статистик ғоя ва тушунчалар асосидаги талқини, яъни статистик мазмуни мавжуд эканлиги келиб чиқади.

Ана шу статистик талқинни тушунтириш учун талабалар диққатини қуйидаги тажрибага қаратса бўлади. Ясси тўлқин тирқишлари бўлган шаффоф бўлмаган экран(фотопластинка ёки флуоресценцияловчи экран)га тушаётган бўлсин. У ҳолда экранда ёруғ ва қора йўллардан ташкил топган интерференцион манзара ҳосил бўлади. Интерференцион манзаранинг ҳосил бўлишини тўлқин назария асосида осонгина тушунтириш мумкин. Энди худди шу экранга ясси тўлқин ўрнига кучсиз электронлар оқими келиб тушса, экран(фотопластинка) унга келиб тушган электронларни алоҳида-алоҳида қайд қилади. Унда қайд қилинган электронларнинг қора доғлари тартибсиз жойлашади. Бу эса электронларни қайд қилиш ҳодисаси тасодифий ҳодиса эканлигидан далолат беради. Ясси тўлқиннинг ёруғ йўллари ҳосил бўлган ерда электронларнинг қора доғлари кўп тўпланса, қоронғи йўллар пайдо бўлган ерда эса бирорта ҳам ана шундай доғ бўлмайди.

Кучли электронлар оқимида ҳам шунақа манзара юзага келади. Бундан эса тирқишга келиб тушган ясси тўлқин амплитудаси максимал бўлган ерда қайд қилинган электронларнинг бўлиш эҳтимоллиги энг катта эканлиги, амплитуда минимал бўлган ерда эса шу эҳтимолликнинг энг кичик бўлиши келиб чиқади. Бу фикр зарранинг фазонинг бирор бир нуқтасида бўлиш эҳтимоллиги унинг де Бройль тўлқини амплитудаси билан бевосита боғлиқ бўлишига олиб келади.

Ана шу эҳтимоллик доимо мусбатдир. Лекин тўлқин амплитудаси мусбат ва манфий қийматлар қабул қилганлиги учун, зарранинг фазони бирор нуқтасида бўлиш эҳтимоллиги, ўзининг мусбат қийматини сақлаш мақсадида зарранинг де Бройль тўлқини амплитудасининг квадрати билан характерланади. Бундан қуйидаги хулоса келиб чиқади: *фазонинг бирор нуқтасидаги зарранинг де Бройль тўлқини интенсивлиги бу заррани ана шу нуқтада топиш эҳтимоллигига пропорционал бўлади. Бу эса зарра де Бройль тўлқинининг статистик талқини, яъни мазмуни ҳисобланади*. Бу эса зарранинг де Бройль тўлқинини эҳтимолий-статистик характерга эга эканлигини кўрсатади.

Юқорида келтирилган фикрларни формулалар ёрдамида қуйидагича ифодалаш мумкин бўлади. Агар зарра тўлқин функцияси унинг комплекс қўшмасига кўпайтирилса, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$\psi\psi^* = Ae^{i2\pi(\nu t - kr)}A^*e^{-i2\pi(\nu t - \vec{k}\vec{r})} = AA^* = a^2 .$$

Бунда $A = ae^{i\delta}$ – зарра де-Бройль тўлқинининг амплитудаси, $A^* = ae^{-i\delta}$-зарра де-Бройль тўлқинининг комплекс амплитудаси. Зарра тўлқин функциясининг комплекс қўшмаси билан зарра тўлқин функцияси кўпайтмаси тўлқин функция модулининг квадратига тенгдир:

$$|\psi|^2 = \psi\psi^* = a^2.$$

Бундан заррани фазонинг $x, x+dx; y, y+dy; z, z+dz$ нуқтасида, яъни dV ҳажм элементида бўлиш эҳтимоллиги унинг де Бройль тўлқини амплитудасининг квадратига пропорционал бўлганлиги сабабли, у зарра тўлқин функциясининг модули квадратига ҳам пропорционал бўлиши келиб чиқади. Шунинг учун қуйидаги тенглик ўринлидир:

$$dW = |\psi|^2 dV = \psi\psi^* dV.$$

Бунда dW – заррани фазонинг $x, x+dx; y, y+dy; z, z+dz$ нуқтасида, яъни dV ҳажм элементида бўлиш эҳтимоллиги. Юқоридаги ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$|\psi|^2 = \frac{dW}{dV} = \rho.$$

$\rho = \dfrac{dW}{dV}$ га заррани фазонинг $x, x+dx; y, y+dy; z, z+dz$ нуқтасида, яъни dV ҳажм элементида бўлиш эҳтимоллик зичлиги дейилади.

Демак, ҳар қандай зарра тўлқин функцияси модулининг квадрати шу заррани фазонинг $x, x+dx; y, y+dy; z, z+dz$ нуқтасида, яъни dV ҳажм элементида бўлиш эҳтимоллик зичлигига тенг бўлади. Бошқача айтилса, у заррани фазонинг $x, x+dx; y, y+dy; z, z+dz$ нуқтасида, яъни dV ҳажм элементида бўлиш эҳтимоллигини аниқлаб беради. Эҳтимолликларни қўшиш теоремасига мувофиқ заррани t вақт моментида фазонинг V ҳажмида бўлиш эҳтимоллиги қуйидагича топилади:

$$W = \int_V dW = \int_V |\psi(\vec{r}, t)|^2 dV.$$

Бу интеграл ҳисобланса, заррани t вақт моментида фазонинг V ҳажмининг ичида бўлиш эҳтимоллиги келиб чиқади.

Заррани t вақт моментида фазонинг V ҳажмида бўлиши ишончли ҳодиса бўлганлиги учун, унинг эҳтимоллиги эҳтимолликлар назариясига асосан 1 га тенг бўлади. У ҳолда қуйидаги муносабат ўринлидир:

$$\int_V |\psi(\vec{r}, t)|^2 dV = 1.$$

Ушбу шартга нормировка ёки нормаллаштириш шарти дейилади. Унга бўйсунувчи $\psi(\vec{r}, t)$ тўлқин функцияга нормаллаштирилган тўлқин функция деб аталади.

Тўлқин функция тушунчасини талабаларга шунақа йўл билан тушунтиришда ва уларда ушбу тушунчани шакллантиришда эҳтимолий-статистик ғоялардан ана шундай фойдаланиш, уларнинг ушбу тушунчани яхши ўзлаштиришига ёрдам беради ҳамда зарранинг тўлқин функцияси ҳақида кўникма ва малакалар ҳосил бўлишига имконият яратади. Шунингдек, олий математика элементлари, жумладан эҳтимолликлар назарияси ва математик статистика бўлимига бўлган қизиқишларини янада орттиради. Физикани ўрганишда бу бўлимнинг аҳамиятини қай даражада эканлигини ҳамда физика билан математика орасидаги доимий, яъни фанлараро боғланишни мавжудлигини кўрсатиб беради.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР:

1. Douglas C. Giancoli. Physics. Principles with applications. Published by Pearson Education. Boston. USA. 2014.

2. R. F. Feynman. Quantum mechanics. Vol. 3. 1994.

3. P. Ewart. Atomic physics. Atomic physics lecture notes final. 1990.

4. A.M. Xudayberganov, A.A. Mahmudov. Atom fizikasi, asosiy tushuncha, qonun, tajriba va formulalar. Toshkent. Navro'z. 2018.

5. Э.В. Шпольский. Атомная физика. Том 1-2. Москва. Атомиздат. 2008.

6. А.Н. Матвеев. Атомная физика. Москва. Лань. 2009.

7. А.М. Попов, О.В. Тихонова. Лекции по атомной физике. Москва. МГУ. 2007.

8. В.П. Милантьев. Атомная физика. Москва. Издательство Российского университета дружбы народов. 1999.