БЕШИНЧИ ТАРТИБЛИ ТЎЛА ДИФФЕРЕНЦИАЛЛИ ТЕНГЛАМА

Икрамова Наргиза Саидакбаровна
Турсунова Эргашой Ғайратжон қизи
Фарғона давлат университети , Мураббийлар кўчаси 19 уй.

Аннотатция. *Ушбу мақолада икки ўзгарувчили функциянинг юқори тартибли тўла дифференциалидан фойдаланиб, бешинчи тартибли тўла дифференциалли тенгламалар тадқиқ этилган.*

Калит сўзлар. *Бешинчи тартибли тўла дифференциалли тенглама, бешинчи тартибли тўла дифференциалли функция, умумий ечим.*

FIFTH ORDER TOTAL DIFFERENTIAL EQUATION

Annotation. *In this paper , fifth order total differential equations are researched using the higher-order total differential of two-variable functions.*

Key words. *Fifth order total differential equation, fifth order total differential function, solution.*

ПОЛНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ПЯТОГО ПОРЯДКА

Аннотация. *В этой статье исследуются уравнения полного дифференциала пятого порядка с использованием полного дифференциала функций двух переменных более высокого порядка.*

Ключевые слова. *Уравнение полного дифференциала пятого порядка, функция полного дифференциала пятого порядка, решение.*

КИРИШ

Биринчи тартибли тўла дифференциалли оддий дифференциал тенгламалар ҳақида кўплаб адабиётлардан маълумот олиш мумкин [1-2], [5-6]. Шунингдек, иккинчи, учинчи, тўртинчи ва n-тартибли тўла диффференциалли тенгламалар [3-4-7] ишларда ўрганилган. Ушбу мақолада бешинчи тартибли тўла дифференциалли тенгламаларни умумий ечимини тўла дифференциалли бўлиш шартларини қўллаб топиш ўрганилган.

Таъриф. Агар

$$M_{50}(x,y)dx^5+5M_{41}(x,y)dx^4dy+10M_{32}dx^3dy^2+10M_{23}dx^2dy^3+$$
$$+5M_{14}(x,y)dxdy^4+M_{05}(x,y)dy^5=0 \qquad (1)$$

кўринишдаги тенгламада $M_{50}(x,y)$, $M_{32}(x,y)$, $M_{23}(x,y)$, $M_{14}(x,y)$ ва $M_{05}(x,y)$ функциялар узлуксиз дифференциалланувчи функциялар бўлиб, булар учун

$$\frac{\partial M_{50}}{\partial y}=\frac{\partial M_{41}}{\partial x}\,,\ \frac{\partial M_{41}}{\partial y}=\frac{\partial M_{32}}{\partial x}\,,\ \frac{\partial M_{32}}{\partial y}=\frac{\partial M_{23}}{\partial x}\,,\ \frac{\partial M_{23}}{\partial y}=\frac{\partial M_{14}}{\partial x}\,,$$

$$\frac{\partial M_{14}}{\partial y}=\frac{\partial M_{05}}{\partial x}\,. \qquad (2)$$

муносабат ўринли бўлса, (1) тенглама бешинчи тартибли тўла дифференциалли тенглама дейилади, бунда $\frac{\partial M_{50}}{\partial y},\frac{\partial M_{41}}{\partial x},\frac{\partial M_{41}}{\partial y},\frac{\partial M_{32}}{\partial x},\frac{\partial M_{32}}{\partial y},\ \frac{\partial M_{23}}{\partial x},\ \frac{\partial M_{23}}{\partial y}\ ,\frac{\partial M_{14}}{\partial x}$, $\frac{\partial M_{14}}{\partial y},\ \frac{\partial M_{05}}{\partial x}$ функциялар бирор соҳада узлуксиз функциялар.

(1) тенгламанинг чап қисми бирор $u(x,y)$ функциянинг бешинчи тартибли тўлиқ дифференциали, яъни [1.31б]

$$d^5u=M_{50}(x,y)dx^5+5M_{41}(x,y)dx^4dy+10M_{32}dx^3dy^2+10M_{23}dx^2dy^3+$$
$$+5M_{14}(x,y)dxdy^4+M_{05}(x,y)dy^5$$

бўлса, у ҳолда

$$\frac{\partial^5u(x,y)}{\partial x^5}=M_{50}(x,y),\ \frac{\partial^5u(x,y)}{\partial x^4\partial y}=M_{41}(x,y),\ \frac{\partial^5u(x,y)}{\partial x^3\partial y^2}=M_{32}(x,y),$$

$$\frac{\partial^5u(x,y)}{\partial x^2\partial y^3}=M_{23}(x,y),\ \frac{\partial^5u(x,y)}{\partial x\partial y^4}=M_{14}(x,y),\frac{\partial^5u(x,y)}{\partial y^5}=M_{05}(x,y). \qquad (3)$$

эканлигидан, юқоридаги (2) шартлар келиб чиқишини тушуниш қийин эмас.

(3) тенгликларнинг учинчисидан $u(x,y)$ функцияни

$$u(x,y)=\iiint\iint M_{32}(x,y)dx^3dy^2=C_\gamma(y)+C_\lambda(x)$$

кўринишида бўлсин, бу ерда $C_\gamma(y),C_\lambda(x)$-ихтиёрий ўзгармаслар ($\gamma,\lambda\in N$).

(3) тенгликларнинг биринчиси, иккинчиси, тўртинчиси, бешинчиси ва олтинчисидан

$$\frac{\partial^5u(x,y)}{\partial x^5}=\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\iint M_{32}(x,y)dy^2\right]+y\cdot C_4^{V}(x)+C_5^{V}(x)=M_{50}(x,y), \qquad (4)$$

$$\frac{\partial^5u(x,y)}{\partial x^4\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}\left[\int M_{32}(x,y)dy\right]+C_4^{IV}(x)=M_{41}(x,y), \qquad (5)$$

$$\frac{\partial^5u(x,y)}{\partial x^2\partial y^3}=\frac{\partial}{\partial y}\left[\int M_{32}(x,y)dx\right]+C_1'(y)=M_{23}(x,y), \qquad (6)$$

$$\frac{\partial^5u(x,y)}{\partial x\partial y^4}=\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[\iint M_{32}(x,y)dx^2\right]+x\cdot C_1''(y)+C_2''(y)=M_{14}(x,y), \qquad (7)$$

$$\frac{\partial^5u(x,y)}{\partial y^5}=\frac{\partial^3}{\partial y^3}\left[\iiint M_{32}(x,y)dx^3\right]+\frac{1}{2}x^2\cdot C_1'''(y)+x\cdot C_2'''(y)+$$

$$+C_3'''(y)=M_{05}(x,y) \qquad (8)$$

тенгламаларни ҳосил қиламиз. (4), (5), (6), (7) ва (8) тенгликлардан $C_1(y)$, $C_2(y)$, $C_3(y)$, $C_4(x)$, $C_5(x)$ ларни топамиз. Топилган натижаларни $u(x,y)$ функцияга олиб бориб қўямиз ва умумий ечимга эга бўламиз.

Юқорида айтилганларни қуйида берилган мисол орқали кўриб чиқамиз.

Мисол. Ушбу

$$720xy^3dx^5+5\cdot1080x^2y^2dx^4dy+10\cdot720x^3ydx^3dy^2+$$
$$+10\cdot\left(180x^4+240y^3\right)dx^2dy^3+5\cdot720xy^2dxdy^4+720yx^2dy^5=0$$

бешинчи тартибли тўла дифференциал тенгламанинг умумий ечимини топинг.

Ечиш. Бу ерда $M_{50}(x,y)=720xy^3$, $M_{41}(x,y)=1080x^2y^2$, $M_{32}(x,y)=720x^3y$, $M_{23}(x,y)=180x^4+240y^3$, $M_{14}(x,y)=720xy^2$, $M_{05}(x,y)=720yx^2$.

Берилган тенгламани тўла дифференциаллик шартларини қаноатлантиришини текширамиз:

$$\frac{\partial M_{50}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left[720xy^3\right]=2160xy^2,\ \frac{\partial M_{41}(x,y)}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left[1080x^2y^2\right]=2160xy^2,$$

яъни $$\frac{\partial M_{50}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial M_{41}(x,y)}{\partial x};$$

$$\frac{\partial M_{41}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left[1080x^2y^2\right]=2160x^2y,\ \frac{\partial M_{32}(x,y)}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left[720x^3y\right]=2160x^2y,$$

яъни $$\frac{\partial M_{41}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial M_{32}(x,y)}{\partial x};$$

$$\frac{\partial M_{32}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left[720x^3y\right]=720x^3,\ \frac{\partial M_{23}(x,y)}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left[180x^4+240y^3\right]=720x^3,$$

яъни $$\frac{\partial M_{32}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial M_{23}(x,y)}{\partial x};$$

$$\frac{\partial M_{23}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left[180x^4+240y^3\right]=720y^2,\ \frac{\partial M_{14}(x,y)}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left[720xy^2\right]=720y^2,$$

яъни $$\frac{\partial M_{23}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial M_{14}(x,y)}{\partial x};$$

$$\frac{\partial M_{14}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left[720xy^2\right]=1440xy,\ \frac{\partial M_{05}(x,y)}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left[720yx^2\right]=1440xy,$$

яъни $$\frac{\partial M_{14}(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial M_{05}(x,y)}{\partial x}.$$

Демак, берилган тенглама бешинчи тартибли тўла дифференциалли тенглама экан. Бу эса бизга берилган тенглама бирор $u(x,y)$ функциянинг тўла дифференциали бўлиши келиб чиқади. $u(x,y)$ функцияни тиклаш мақсадида $M_{32}(x,y)$ функциядан аввал y ни ўзгармас деб, x бўйича уч марта интеграллаб,

$$\frac{\partial}{\partial x}u(x,y)=\int M_{32}(x,y)dx=\int 720x^3ydx=180x^4y+C_1(y),$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,y)=\int 180x^4ydx+\int C_1(y)dx+C_2(y)=36x^5y+x\cdot C_1(y)+C_2(y),$$

$$\frac{\partial^3}{\partial x^3}u(x,y)=\int 36x^5ydx+\int x\cdot C_1(y)dx+\int C_2(y)dx+C_3(y)=$$

$$=6x^6y+\frac{1}{2}x^2\cdot C_1(y)+x\cdot C_2(y)+C_3(y)$$

тенгликни ҳосил қиламиз.Сўнгра бу тенгликдан x ни ўзгармас деб, y бўйича икки марта интеграллаб, $u(x,y)$ функцияни топамиз:

$$\frac{\partial^4}{\partial x^3\partial y}u(x,y)=\int 6x^6ydy+\frac{1}{2}x^2\int C_1(y)dy+x\int C_2(y)dy+C_3(y)dy+C_4(x)=$$

$$=3x^6y^2+\frac{1}{2}x^2\int C_1(y)dy+x\int C_2(y)dy+\int C_3(y)dy+C_4(x)$$

$$\frac{\partial^5}{\partial x^3\partial y^2}u(x,\text{y})=\int 3x^6y^2dy+\frac{1}{2}x^2\iint C_1(y)dy^2+x\iint C_2(y)dy^2+$$

$$+\iint C_3(y)dy^2+\int C_4(x)dy+C_5(x)=$$

$$=x^6y^3+\frac{1}{2}x^2\iint C_1(y)dy^2+x\iint C_2(y)dy^2+\iint C_3(y)dy^2+y\cdot C_4(x)+C_5(x).$$

Топилган $u(x,y)$ функциядан x бўйича беш марта хусусий ҳосилани ҳисоблаб, $M_{50}(x,y)$ функцияга, y бўйича беш марта хусусий ҳосилани ҳисоблаб, $M_{05}(x,y)$ функцияга, x бўйича тўрт марта y бўйича бир марта хусусий ҳосилани ҳисоблаб, $M_{41}(x,y)$ функцияга, x бўйича бир марта y бўйича тўрт марта хусусий ҳосилани ҳисоблаб, $M_{14}(x,y)$ функцияга, x бўйича икки марта y бўйича уч марта хусусий ҳосилани ҳисоблаб, $M_{23}(x,y)$ функцияга тенглаб, $C_1(y)$, $C_2(y)$,$C_3(y)$, $C_4(x)$ ва $C_5(x)$ ларни қуйидагича топамиз:

$$\frac{\partial^5 u(x,y)}{\partial x^4 \partial y} = 1080x^2y^2 + C_4^{IV}(x) = 1080x^2y^2,$$

$$\frac{\partial^5 u(x,y)}{\partial x^2 \partial y^3} = 180x^4 + C_1'(y) = 180x^4 + 240y^3,$$

$$\frac{\partial^5 u(x,y)}{\partial x \partial y^4} = x \cdot C_1''(y) + C_2''(y) = 720xy^2,$$

$$\frac{\partial^5 u(x,y)}{\partial y^5} = \frac{1}{2}x^2 \cdot C_1'''(y) + x \cdot C_2'''(y) + C_3'''(y) = 720x^2y \quad .$$

$$C_1(y) = 60y^4,\ C_2(y) = m_1y + m_2,\ C_3(y) = \frac{1}{2}m_3y^2 + m_4y + m_5,$$

$$C_4(x) = \frac{1}{6}k_1x^3 + \frac{1}{2}k_2x^2 + k_3x + k_4,\ C_5(x) = \frac{1}{24}k_5x^4 + \frac{1}{6}k_6x^3 + \frac{1}{2}k_7x^2 + k_8x + k_9.$$

$C_1(y)$, $C_2(y), C_3(y), C_4(x)$ ва $C_5(x)$ ларни $u(x,y)$функцияга олиб бориб қўйиб

$$u(x,y) = x^6y^3 + \frac{1}{2}x^2 \cdot \iint 60y^4dy^2 + x \cdot \iint (m_1y + m_2)dy^2 +$$

$$+\iint\left(\frac{1}{2}m_3y^2 + m_4y + m_5\right)dy^2 +$$

$$+y \cdot \left[\frac{1}{6}k_1x^3 + \frac{1}{2}k_2x^2 + k_3x + k_4\right] + \frac{1}{24}k_5x^4 + \frac{1}{6}k_6x^3 + \frac{1}{2}k_7x^2 + k_8x + k_9 =$$

$$= x^6y^3 + x^2y^6 + \frac{1}{6}m_1xy^3 + \frac{1}{2}m_2xy^2 + \frac{1}{24}m_3y^4 + \frac{1}{6}m_4y^3 + \frac{1}{2}m_5y^2 +$$

$$+\frac{1}{6}k_1x^3y + \frac{1}{2}k_2x^2y + k_3xy + k_4y + \frac{1}{24}k_5x^4 + \frac{1}{6}k_6x^3 + \frac{1}{2}k_7x^2 + k_8x + k_9.$$

функцияни ҳосил қиламиз.Демак, биз излаган функция:

$$u(x,y) = x^6y^3 + \frac{1}{2}x^2 \cdot \iint 60y^4dy^2 + x \cdot \iint (m_1y + m_2)dy^2 + \iint\left(\frac{1}{2}m_3y^2 + m_4y + m_5\right)dy^2 +$$

$$+y \cdot \left[\frac{1}{6}k_1x^3 + \frac{1}{2}k_2x^2 + k_3x + k_4\right] + \frac{1}{24}k_5x^4 + \frac{1}{6}k_6x^3 + \frac{1}{2}k_7x^2 + k_8x + k_9 =$$

$$= x^6y^3 + x^2y^6 + \frac{1}{6}m_1xy^3 + \frac{1}{2}m_2xy^2 + \frac{1}{24}m_3y^4 + \frac{1}{6}m_4y^3 + \frac{1}{2}m_5y^2 +$$

$$+\frac{1}{6}k_1x^3y + \frac{1}{2}k_2x^2y + k_3xy + k_4y + \frac{1}{24}k_5x^4 + \frac{1}{6}k_6x^3 + \frac{1}{2}k_7x^2 + k_8x + k_9$$

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР:

1. Салохитдинов М.С., Насритдинов Ғ.Н. Оддий дифференциал тенгламалар. – Тошкент: Ўзбекистон,1994.

2. Ergashev.T.G. Differensial tenglamalar fanidan misol va masalalar yechish. — Namangan, 2012.

3. Азизов М. ва Турсунова Э. Иккинчи ва учинчи тартибли тўла дифференциалли тенгламалар ҳақида. “Ўзбекистонда илмий-амалий тадқиқотлар” мавзусидаги Республика 15-кўп тармоқли илмий масофавий онлайн конференциясининг 15-сони,30 апрель, 2020 yil.

4. Азизов М. ва Турсунова Э. n-тартибли тўла дифференциалли тенгламалар ҳақида. “Ўзбекистонда илмий-амалий тадқиқотлар” мавзусидаги Республика 15-кўп тармоқли илмий масофавий онлайн конференциясининг 15-сони,30 апрель, 2020 yil.

5. Ўринов А.Қ., Қосимов Х.Н., Ғозиев Қ.С. Дифференциал тенгламалар фанидан услубий кўрсатма. II қисм. -Фарғона: 2002.

6. O’rinov A.Q., Mirzakarimov E.M. Oddiy differensial tenglamalar Maple tizimida. – Toshkent: Navro’z, 2013.

7. Э.Ғ.Турсунова. Тўртинчи тартибли тўла дифференциалли тенгламалар. JOURNAL OF INNOVATIONS IN SCIENTIFIC AND EDUCATIONAL RESEARCH VOLUME6 ISSUE-6 (30 June) 2023, 240-244-betlar.