KOMPLEKS SONLAR USTIDA EYLER FORMULASI

G‘aniyeva Dilso‘za Davronbek qizi
JDPU talabasi
G‘aniyeva Mushtariy Davronbek qizi
Sirliboyeva Sarvinoz Dushaboy qizi
G‘ofurov Faridjon Sobirovich
O‘zMU Jizzax filiali talabalari.

Annotatsiya. *Ushbu maqolada kosmpleks sonlar nazariyasi hamda ular ustida Eyler formulasi mavzusi yoritib o`tilgan. Bundan tashqari kompleks sonlarni nafaqat matematika bilan bog'liqligi, fizika, muhandislik kabi ko‘plab soxalarda qo‘llanilishi keltirilgan.*

Kalit so‘zlar. *Diskriminant, kompleks son, kompleks sonlar nazariyasi, mavhum qism, aniq qism, Eyler formulasi.*

ФОРМУЛА ЭЙЛЕРА ДЛЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Аннотация. *В этой статье рассматривается теория комплексных чисел и формулы Эйлера на их основе. Кроме того, комплексные числа используются не только в математике, но и во многих областях, таких как физика и техника.*

Ключевые слова. *Дискриминант, комплексное число, теория комплексных чисел, абстрактная часть, конкретная часть, формула Эйлера.*

EULER’S FORMULA ON COMPLEX NUMBERS

Annotation. *This article covers the theory of complex numbers and Euler's formula on them. In addition, complex numbers are used not only in mathematics, but also in many fields such as physics and engineering.*

Keywords. *Discriminant, complex number, theory of complex numbers, abstract part, concrete part, Euler's formula.*

Ma’lumki kvadrat tenglamalarni yechishda ba’zan diskriminant manfiy sondan iborat bo‘lib qoladi:

$$D = b^2 - 4ac < 0$$

Bu holda berilgan kvadrat tenglama haqiqiy ildizga ega bo‘lmaydi. Chunki, manfiy haqiqiy sonlardan kvadrat ildiz chiqarish ma’noga ega emas. Diskriminanti manfiy sondan iborat bo‘lgan kvadrat tenglamani yechish uchun sonlar tushunchasini kengaytirish lozim bo‘ladi. Bunday holda haqiqiy sonlar to‘plamiga kvadrati -1 ga teng bo‘lgan yangi i sonini kiritish maqsadga muvoffiq bo‘ladi. Bu sonni mavhum birlik deb atash qabul qilingan. U holda quyidagi tenglik o‘rinli bo‘ladi: $i^2 = -1$ i soni bi ko‘rinishdagi ko‘paytma va $a + ib$ yig’indini kiritish imkoniyatini beradi. Ta’rif: $a + bi$ ko‘rinishdagi ifodaga kompleks son deyiladi. Bunda a va b ixtiyoriy haqiqiy sonlar, i- mavhum birlik. a soni $a + bi$ kompleks sonning haqiqiy qismi, bi ko'paytma esa mavhum qismi deb ataladi, b soni mavhum qismning koeffisiyenti deyiladi.

Masalan, $5+2i$ kompleks son uchun 5 soni haqiqiy qism, $2i$ esa mavhum qism bo'ladi, uning koeffisiyenti 2 dan iborat; $0+7i$ sonning haqiqiy qismi 0, mavhum qismi $7i$, mavhum qismning koeffisiyenti 7 dan iborat; $6-0i$ sonning haqiqiy qismi 6, mavhum qismi 0i, mavhum qismning koeffisiyenti 0 dan iboratdir. Kompleks sonlar kiritilgach algebra, nazariy fizikaning gidrodinamika, elementar zarralar nazariyasi va hokazolardagi fikrlar hamda tushunchalar soddalashdi.

Ikkita kompleks sonning haqiqiy qismlari teng va mavhum qismlarining koeffisiyentlari ham teng bo'lsa, bu sonlar o'zaro teng deyiladi, ya'ni $a=c$ va $b=d$ bo'lsa, quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi: $a+bi=c+di$ Ikkita kompleks sonlar orasida tartib («katta» yoki «kichik») munosabatlarni aniqlab bo'lmaydi. Kompleks sonlar uchun quyidagi qoidalar o'rinli:

1. a+bi=c+di. (agar $a=b, c=d$ bo'lsa).
2. (a ± bi)+(c ± di)= (a ± c)+(b ± d)i (kompleks sonlarni qo'shish va ayirish).
3. (a+bi) (c+di)= (ac-bd)+(ad+bc)i (kompleks sonlarni ko'paytirish).
4. (a+bi) (a-bi)= a^2+b^2 (o'zaro qo'shma kompleks sonlar ko'paytmasi).
5. a+0i=a (haqiqiy son bilan mavhum qism koeffisiyenti 0 bo'lgan kompleks son).
6. 0+0i=0 (har qanday kompleks sonning 0 bilan ko`paytmasi)

Kompleks sonnlar ustida bir qancha amallarni bajarish mumkin. Buning uchun Muarv va Eyler formulalari mavjud. Shulardan Eyler formulasiga to`xtalsak.

Kompleks son uchun Eyler formulasi

Kompleks ko'rsatkichli z^e funksiyani qaraylik. Bunda , z=x+ iy, "e" esa

$e=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ dan iborat.

U holda, e^z ni quyidagicha yozish mumkin bo'ladi:

$e^z=e^x(\cos y+i\sin y)$ yoki (1)

$e^{x+iy}=e^x(\cos y+i\sin y)$. (2)

Agar x=0 bo'lsa, (2) tenglik

$e^{iy}=\cos y+i\sin y$ (3)

ko'rinishga ega bo'ladi. (3) tenglikka Eyler formulasi deyiladi.

Kompleks ko'rsatkichli funksiyaning davri $2\pi i$ ga teng. Agar uning davri hisobga olinsa, z e ko'rsatkichli funksiyani

$e^{z+2\pi i}=e^z$ (4)

ko'rinishda ifodalash mumkin. (4) da $z=0$ bo'lsa,

$e^{2\pi i}=1$ (5)

munosabat o'rinli bo'ladi.

$z=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$ - trigonometrik ko'rinishdagi kompleks sonni ko'rsatkichli shaklda quyidagicha ifodalash mumkin:

$z=re^{\varphi i}$ (6)

ga kompleks sonning ko'rsatkichli ko'rinishi deyiladi.

Kompleks ko'rsatkichli funksiyalar uchun ko'paytirish, bo'lish, darajaga ko'tarish va ildiz chiqarish amallarini bajarish mumkin.

Faraz qilaylik

$z_1=r_1 e^{\varphi_1 i}$ va $z_2=r_2 e^{\varphi_2 i}$ bo`lsin. U holda,

$z_1 \bullet z_2 = r_1 e^{\varphi_1 i} \bullet r_2 e^{\varphi_2 i} = r_1 \bullet r_2\, e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$,

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 e^{i\varphi_1}}{r_2 e^{i\varphi_2}} = \frac{r_1}{r_2} * e^{i(\varphi_1-\varphi_2)} \qquad (7)$$

bo'lsin. U holda, z^nni qo'yidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$z^n = (re^{\varphi i})^n = r^n e^{\varphi i n}, \qquad (8)$$

bundan,

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{re^{i\varphi}} = \sqrt[n]{r}\, e^{\frac{i(\varphi+2\pi k)}{n}}, \quad (k=0,1,2,\ldots,n-1). \qquad (9)$$

Agar (3) dagi y ni φ va i- lar bilan almashtirilsa, qo'yidagilar hosil bo'ladi:

$$e^{\varphi i} = \cos\varphi + i\sin\varphi, \quad e^{-\varphi i} = \cos - i\sin\varphi \qquad (10)$$

dagi tengliklarni qushib, ayiramiz hamda cosφ va sinφ larni topamiz:

$$\cos\varphi = \frac{e^{\varphi i}+e^{-\varphi i}}{2}, \qquad (11)$$

$$\sin\varphi = \frac{e^{\varphi i}+e^{-\varphi i}}{2} \qquad (12)$$

(11) va (12) lar trigonometrik funksiyalarni ko'rsatkichli funksiyalar orqali ifodalaydi, hamda ular ham Eyler formulalari deb nomlanadi.

1-misol. $z = 1 + i$ 1 bo'lsa, e sonni z darajaga ko'taring.

Yechilishi: e sonni z darajaga ko'tarish uchun$z = x + iy$ va (2) formuladan foydalanamiz. Berilganga ko'ra $x = 1, y = 1$. U holda,

$e^z = e^{x+iy} = e^{1+i} = e(\cos 1 + i\sin 1)$.

2-misol. e sonni $z = i\frac{\pi}{2}$ darajaga ko'taring.

Yechilishi: (1) yoki (2) formulalardan birini qo'llaymiz:

$e^z = e^{x+iy} = e^{i\pi/2} = e^0(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}) = 1\cdot(0+i\cdot 1) = i$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. T.Azlarov, X̧.Mansurov. Matematika analiz. 1-qism Toshkent. O'qituvchi nashriyoti 1986.

2. G.N.Berman. Matematik analiz kursi bo'yicha muammolar to'plami. Moskva, Nauka Publ., 1985.

3. Y.S.Bugrov, S.M.Nikolskiy. Chiziqli Algebra va Analitik Geometriya elementlari. Moskva, Nauka Publ., 1980.

4. A.A.Gusak. Oliy matematika. 1-qism. Minsk, 2001.